Interner Arbeitsbericht
(Übersichtspapier)

Synthetische Netze
- das formale Kalkül -

von
Dr. Stephan Zelewski

Köln 1988

Vorbemerkungen zu internen Arbeitsberichten

Interne Arbeitsberichte dienen ausschließlich der Diskussion von vorläufigen Arbeitsergebnissen unter den Mitarbeitern des Industrieseminars und interessierten Dritten. Sie sind weder für die Veröffentlichung bestimmt noch hinsichtlich inhaltlicher oder formaler Anforderungen hierfür vorbereitet. Die Autoren behalten sich vor, die niedergelegten Zwischenergebnisse im Verlauf ihrer zukünftigen Arbeit zu verändern, zu erweitern oder zurückzunehmen.

Da nur eine Kommunikation über vorläufige Arbeitsergebnisse, nicht aber deren publikationsreife Absicherung angestrebt wird, kann die Ausarbeitung belegender Fußnoten späteren Überarbeitungen vorbehalten oder unvollständig sein. Falls abgekürzte Referenztitel verwendet werden, so beziehen sie sich auf Literatursammlungen/Literatur-Datenbanken der Verfasser, die dort auf Wunsch eingesehen oder partiell ausgedruckt werden können.

Vorbemerkungen zum hier vorliegenden internen Bericht

Das Konzept der Synthetischen Netze wurde bisher in der Literatur nicht vorgestellt. Seine vollständige Ausarbeitung erfolgt in der Habilitationsschrift des Verfassers. In dem vorliegenden Bericht wird das formale Kalkül der Synthetischen Netze im Sinne eines zusammenfassenden Überblicks dargelegt. Die abschließend angeführten Abbildungsentwürfe sollen die im Text angesprochenen Module der Systemuhr und Zeitschnittstelle - sowie die hiervon abhängigen Präzedenzmonitore - als zentrale Bausteine von Synthetischen Netzen illustrieren. Ihre graphische Repräsentation beruht auf notationalen Vereinfachungen, die in der formalen Kalküldarlegung nicht enthalten sind.

Die formale Komplexität des vorgelegten Kalküls läßt es nicht erwarten, daß der Überblick aus sich heraus in seinen Details verständlich ist. Er soll nur eine Impression von der Kalkülmächtigkeit vermitteln oder - im Anschluß an eine detaillierte Erläuterung der Synthetischen Netze - deren formale Struktur nachträglich zusammenfassen. Diese Zusammenfassung ist Grundlage für die angestrebte Implementierung von Synthetischen Netzen in PROLOG und für graphisch repräsentierte Netzmodule.

Der Verfasser vertritt die Ansicht, daß einerseits das prädikatenlogische Fundament der Programmiersprache PROLOG eine relativ komplexe formale Kalkülisierung von Netzen erfordert. Hierdurch werden formale, präzise definierte Gestaltungs- und Auswertungsoperationen auf Netzen ermöglicht. Anderseits ist die formale Komplexität für den unmittelbaren Umgang mit Netzen seitens menschlicher Benutzer zu groß. Dieser Umgang setzt natürlichsprachlich unterstützte, menügeführte Benutzerschnittstellen zu dem vorgenannten Programm (oder alternativen funktionsähnlichen Programmen) oder aber eine graphische Netzrepräsentation voraus. Letzte sind im formal strengen Sinn nicht mehr in jedem Detail vollständig und präzise, reichen aber zur modellbezogenen Kommunikation über Netze im allgemeinen aus. Dies gilt zumindest dann, wenn im Zweifelsfall auf ein formal vollständiges und präzises Netzkalkül zurückgegriffen werden kann.

Dieses Kalkül wird nachfolgend im Überblick dargestellt. Seine Erläuterung - in bezug auf Komponenten, Konsequenzen und Bezüge zu verwandten Kalkülen - beansprucht in einer ersten ungekürzten, noch nicht überarbeiteten, wesentlich zu straffenden Rohfassung ca. 350 Seiten, deren Darlegung sich dem o.a. Charakter dieses Arbeitspapiers entzieht.

Die beträchtliche formale Komplexität resultiert einerseits aus dem Anliegen, das gesamte *Potential* Synthetischer Netze in einer Übersicht zusammenzufassen. In jedem *konkreten* Synthetischen Netz ist eine Vielzahl der Optionen nicht verwirklicht, so daß ein solches Netz - wie die zu entwickelnden Netzmodule für Maschinenbelegungen zeigen werden - im Regelfall erheblich einfacher ausfällt. Anderseits ist die arithmetische Kalkülisierung für die Kommunikation über Petrinetze, deren Stärke diesbezüglich in der graphischen Repräsentation liegt, gerade wegen ihrer Komplexität wenig geeignet. Auch aus diesem Grund empfehlen sich die in Aussicht gestellten konkreten, (auch) graphisch dargestellten Netzmodule eher für die Erläuterung des Gehalts von Synthetischen Netzen als die allgemeingültige Kalkülisierung. Letztgenannte erfolgt daher hier weniger zu Kommunikations- als zu Dokumentationszwecken.

Schließlich wird der Umgang mit Synthetischen Netzen durch die Einführung von - in diesem Arbeitspapier noch nicht dargelegten - Kurznotationen erheblich vereinfacht. Sie sind zwar nur auf der Grundlage des vollständigen Netzkalküls präzise definiert, so daß sie diesen nicht ersetzen können. Doch sie können die Auseinandersetzung über konkrete Synthetische Netze wesentlich vereinfachen.

Jedes Synthetische Netz wird als abstraktes Netz-Schema durch ein Tupel SN=(S,T,MM;F,K,W,M_0,EM,SC,MPOT;NE,KB,SR_S;AS,MKR_{sem},MKR_{pra}) definiert. Für die Komponenten dieses originären Definitionstupels gilt:

- S ist die Menge aller Stellen, die in der graphischen Netzrepräsentation einen ersten Knotentyp bilden.
- T ist die Menge aller Transitionen, die in der graphischen Netzrepräsentation einem zweiten Knotentyp angehören.
- MM ist die Menge aller Marken, die als bewegliche Objekte die Stellen eines Netzes in markierungsabhängigen Erscheinungsformen belegen und von den Transitionen eines Netzes hinsichtlich ihrer Anzahl, Verteilung oder Attribute verändert werden können. Marken mit der gleichen inneren Struktur werden jeweils zu einer Markenart zusammengefaßt.
- F ist die Flußrelation, deren Elemente - unter Bezugnahme auf die graphische Netzrepräsentation - jeweils gerichtete Kanten zwischen Knoten unterschiedlichen Typs darstellen.
- K ist die Kapazitätsfunktion, die jeder Stelle eine Markenkapazität als Multimenge von Exemplaren solcher Marken zuordnet, die zur jeweils stellenspezifischen Markenart gehören.
- W ist die Gewichtungsfunktion, die allen Paaren typverschiedener Knoten ein Kantengewicht zuschreibt, das die Schaltvoraussetzung und -wirkung adjazenter Transitionen determiniert.
- M_0 ist als Ausgangsmarkierung eine Funktion, die jeder Stellen eine Ausgangsbelegung mit einer Markenmultimenge zuordnet.
- EM ist die Menge aller erwünschten Endmarkierungen.
- SC ist die Schaltcharakteristik, die jeder Transition eine Schalteinschränkung und eine Schaltersetzung zuordnen kann.

- MPOT ist die Menge aller transitionenbezogenen Prioritätsordnungen.
- NE ist ein Subtupel, dessen Komponenten Netzbedingungen aufstellen. Diese Bedingungen erstrecken sich auf das gegenseitige, für Petrinetze charakteristische Verhältnis von Stellenmenge, Transitionenmenge und Flußrelation.
- KB ist ein Subtupel, dessen Komponenten Konsistenzbedingungen für das Zusammenwirken von Markenkapazitäten, Kantengewichten und Markierungen angeben.
- SR_S ist die indeterministische, schwach-permissive, schaltschrittbezogene Schaltregel. Durch sie werden für alle Transitionen eines Netzes deren Schaltvoraussetzungen und -wirkungen in der Abhängigkeit von Markenkapazitäten, Kantengewichten und Markierungen festgelegt.
- AS ist die Ablaufstruktur, die das Schaltverhalten eines Netzes durch Angaben über die Realisierung von Schaltregelanwendungen determiniert.
- MKR_{sem} ist die Menge der Korrespondenzregeln, welche die Bedeutung formaler ausgezeichneter Netzkomponenten in bezug auf ein modelliertes Objekt festlegen.
- MKR_{pra} ist die Menge von Korrespondenzregeln, die den Zielbezug ausgezeichneter formaler Netzkomponenten hinsichtlich des jeweils verfolgten Modellierungszwecks konstituieren.

Die Netzsyntax oder syntaktische Netzdimension SN_{syn} eines Synthetischen Netzes wird durch das Teiltupel $SN_{syn}=(S,T,MM;F,K,W,M_0,MPOT;NE,KB,SR_S;AS)$ definiert.

Darüber hinaus läßt sich der formale Teilaspekt der pragmatischen Netzdimension, der sich auf die Ausgangsmarkierung M_0 und die Menge EM erwünschter Endmarkierungen erstreckt, einbeziehen. Das resultierende Teiltupel $SN_{for}=(S,T,MM;F,K,W,M_0,EM,MPOT;NE,KB,SR_S;AS)$ wird als formale Netzstruktur bezeichnet.

Wenn sich in einem Synthetischen Netz zeitbezogene Aspekte abbilden lassen sollen, werden zwei Teilnetze als bekannt vorausgesetzt, deren graphischen Rohdarstellungen das vorliegende Arbeitspapier abschließen:

- das Teilnetze SU der Systemuhr aus Abb. 32116222.1 auf S. *** mit der Stellenmenge $S_{SU}=\{s_1,...,s_{28}\}$ und der Transitionenmenge $T_{SU}=\{t_1,...,t_{22}\}$ und
- das Teilnetz ZS der Zeitschnittstelle, das sich auf S. *** als Abb. 32116222.2 findet, mit der reduzierten Stellenmenge $S_{ZS}=\{s_{27},...,s_{33}\}$ und der reduzierten Transitionenmenge $T_{ZS}=\{t_{23},t_{24}\}$.

Falls diese Teilnetze nicht definiert sind, wird $S_{SU}=T_{SU}=S_{ZS}=T_{ZS}=\emptyset$ festgesetzt. Für die formale Struktur von Synthetischen Netzen gelten unter diesen Annahmen die nachfolgend zusammengefaßten Festlegungen.

Stellenmenge S:

$S=\{s_j \mid j\varepsilon\{1,...,J\}\}$ mit $J=\#(S)$ und $J\varepsilon N_+$

mit:

Rumpfstellenmenge S_R: $S_R=S-(S_{SU} \cup S_{ZS})$

für Zeitnetze mit Systemuhr SU und Zeitschnittstelle ZS

Transitionenmenge T:

$T=\{t_i \mid i\varepsilon\{1,...,I\}\}$ mit $I=\#(T)$ und $I\varepsilon N_+$

mit:

Rumpftransitionenmenge: $T_R=T-(T_{SU} \cup T_{ZS})$

für Zeitnetze mit Systemuhr SU und Zeitschnittstelle ZS

Markenmenge MM:

$MM=\{m_n \mid n\varepsilon\{0,1,...,N\}\}$ mit $N+1=\#(MM)$ und $N\varepsilon N_0$

Struktur SM_n einer Marke m_n:

a) für die Basismarke (unstrukturierte Marke) m_0 mit $n=0$:

$SM_0=()$

b) für Attributmarken (strukturierte Marken) m_n mit $n\varepsilon\{1,...,N\}$:

$SM_n=(at_{n.1},DAT_{n.1};at_{n.2},DAT_{n.2};...;at_{n.Q_n},DAT_{n.Q_n})$

mit:

- $q\varepsilon\{1,..,Q_n\}$ und $Q_n\varepsilon N_+$
- $DAT_{n.q}$ ist der Definitionsbereich zulässiger Attributausprägungen $ata_{n.q.r}$ des Attributs $at_{n.q}$ unter Markierungen $\underline{M}_r$ mit $DAT_{n.q}\neq\emptyset$ und $q\varepsilon\{1,...,Q_n\}$.
- $at_{n.1}$="Markenart" ist ein für jede Attributmarke obligatorisches Attribut mit dem Definitionsbereich $DAT_{n.2}=\{NAME_g\}$. Seine markierungsinvariante Ausprägung $ata_{n.1.r}=ata_{n.1}=NAME_g$ bezeichnet als Gattungsname der Marke m_n die Markenart, zu der diese Marke gehört.
- $at_{n.2}$ ist ein optionales Attribut. Wenn die Attributmarke individuellen Charakter besitzt, muß dieses Attribut die Bedeutung $at_{n.2}$="Markenname" und den Definitionsbereich $DAT_{n.2}=\{IDENT_n\}$ besitzen. Seine markierungsinvariante Ausprägung $ata_{n.2.r}=ata_{n.2}=IDENT_n$ bezeichnet den Eigennamen der Marke m_n.
- $at_{n.Q_n}$ ist ein Attribut mit optionaler Bedeutung. Wenn ihm die Bedeutung $at_{n.Q_n}$="Zeitattribute" zukommt, dann besitzt es den Definitionsbereich: $DAT_{n.Q_n}=pot_+(\{ZEIT(at_{n.q} \mid q\varepsilon\{2,...,Q_n-1\} \wedge ... (DAT_{n.2}=\{IDENT_n\}->q\neq2\})$. Seine markierungsinvariante Ausprägung $ata_{n.Q_n.r}=ata_{n.Q_n}$ gibt durch die Prädikate $ZEIT(at_{n.q})$ an, welche Attribute der Marke m_n temporalen Charakter besitzen.

Menge MMS aller strukturierten Marken (Attributmarken):

$MMS=\{m_n \mid n \varepsilon \{1,...,N\}\}=MM-\{m_0\}$

Menge MMI aller individuellen Marken:

$MMI=\{m_n \mid m_n \varepsilon MM \wedge Q_n \geq 2 \wedge SM_n=(at_{n.1}, DAT_{n.1}, at_{n.2}; DAT_{n.2}; ...; at_{n.Qn}, DAT_{n.Qn}) \wedge DAT_{n.2}=\{IDENT_n\}\}$

Menge MMZ aller temporalen Marken (Zeitmarken):

$MMZ=\{m_n \mid m_n \varepsilon MMS \wedge Q_n \geq 3 \wedge SM_n=(at_{n.1}, DAT_{n.1}; at_{n.2}, DAT_{n.2}; ...; at_{n.Qn-1}, DAT_{n.Qn-1}; at_{n.Qn}, DAT_{n.Qn}) \wedge ...$
$at_{n.Qn}=\text{"Zeitattribute"} \wedge ...$
$DAT_{n.Qn}=pot_+(\{ZEIT(at_{n.q}) \mid q \varepsilon \{2,...,Q_{n-1}\} \wedge ...$
$(DAT_{n.2}=\{IDENT_n\} \rightarrow q \neq 2)\})\}$

Menge MMY aller Systemmarken, falls für ein Synthetisches Netz eine Systemuhr und eine Zeitschnittstelle definiert sind:

$MMY=\{m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, m_6, m_7, m_8, m_9, m_{10}, m_{11}\}$

mit:

a) $SM_n=(at_{n.1}, DAT_{n.1}; at_{n.2}, DAT_{n.2}; at_{n.3}, DAT_{n.3})$

b) für den Gattungsnamen (q=1):
  * $at_{n.1}$="Markenart"
  * $DAT_{n.1}$={"Systemmarke"}

c) für den Eigennamen (q=2):
  * $at_{n.2}$="Markenname"
  * $DAT_{1.2}$={"aktuelle_Systemzeitmarke"}
  - $DAT_{2.2}$={"alte_Systemzeitmarke"}
  - $DAT_{3.2}$={"neue_Systemzeitmarke"}
  - $DAT_{4.2}$={"Jahresmarke"}
  - $DAT_{5.2}$={"Monatsmarke"}
  - $DAT_{6.2}$={"Tagesmarke"}
  - $DAT_{7.2}$={"Stundenmarke"}
  - $DAT_{8.2}$={"Minutenmarke"}
  - $DAT_{9.2}$={"Sekundenmarke"}
  - $DAT_{10.2}$={"Uhrzeitmarke"}
  - $DAT_{11.2}$={"Datumsmarke"}

d) für das zeitbestimmende Attribut (q=3):

* $at_{n.3}$="Zeitangabe"
* $DAT_{n.3}=\{c|c\varepsilon N_0 \wedge 0\le c\le 99\}x\{c|c\varepsilon N_+ \wedge 1\le c\le 12\}x$ ...
  $\{c|c\varepsilon N_+ \wedge 1\le c\le 30\}x\{c|c\varepsilon N_0 \wedge 0\le c\le 23\}x$ ...
  $\{c|c\varepsilon N_0 \wedge 0\le c\le 59\}x\{c|c\varepsilon N_0 \wedge 0\le c\le 59\}$

  für $n\varepsilon\{1,2,3\}$

- $DAT_{4.3}=\{c|c\varepsilon N_0 \wedge 0\le c\le 99\}$
- $DAT_{5.3}=\{c|c\varepsilon N_+ \wedge 1\le c\le 12\}$
- $DAT_{6.3}=\{c|c\varepsilon N_+ \wedge 1\le c\le 30\}$
- $DAT_{7.3}=\{c|c\varepsilon N_0 \wedge 0\le c\le 23\}$
- $DAT_{8.3}=\{c|c\varepsilon N_0 \wedge 0\le c\le 59\}$
- $DAT_{9.3}=\{c|c\varepsilon N_0 \wedge 0\le c\le 59\}$
- $DAT_{10.3}=\{c|c\varepsilon N_0 \wedge 0\le c\le 23\}x$ ...
  $\{c|c\varepsilon N_0 \wedge 0\le c\le 59\}x\{c|c\varepsilon N_0 \wedge 0\le c\le 59\}$
- $DAT_{11.3}=\{c|c\varepsilon N_0 \wedge 0\le c\le 99\}x$ ...
  $\{c|c\varepsilon N_+ \wedge 1\le c\le 12\}x\{c|c\varepsilon N_+ \wedge 1\le c\le 30\}$

Markenart ma_g:

$ma_g=\{m_n|SM_n=SM_g\}$

mit:

a) für die unstrukturierte Markenart ma_g mit g=0:

$ma_0=\{m_n|SM_n=SM_0=()\}=\{m_0\}$

b) für die strukturierten Markenarten ma_g mit $g\varepsilon N_+$:

- $SM_g=(at_{g.1},DAT_{g.1};at_{g.2},DAT_{g.2};...;$
  $at_{g.Q_g},DAT_{g.Q_g})$

  mit $Q_g\varepsilon N_+$ und $q\varepsilon\{1,...,Q_g\}$
- $at_{g.1}$="Markenart"
- $DAT_{g.1}=\{NAME_g\}$

  $NAME_g$ ist der markenartspezifische Gattungsname für alle Marken m_n der Markenart ma_g:

  $\bigwedge(m_n\varepsilon ma_g): ata_{n.1}=NAME_g$

c) Markenartenmenge MA:

$MA=\{ma_g|g\varepsilon\{0,1,...,G\}\}$

mit:

- $G+1=\#(MA)$ und $G\varepsilon N_0$
- Die Klassenbildung der Markenarten zerlegt die Markenmenge MM disjunkt und exhaustiv. Sie überlagert die Markenmenge.

Menge MDAT aller Definitionsbereiche für Attributmarken:

$MDAT=\{DAT_{g.q} \mid g\varepsilon\{1,...,G\} \wedge q\varepsilon\{1,...,Q_g\}\}$

Menge MTDAT aller nicht-leeren, echten Teilmengen TDAT der Definitionsbereiche für Attributmarken:

$$MTDAT=\{TDAT_{g.q} \mid g\varepsilon\{1,...,G\} \wedge q\varepsilon\{1,...,Q_g\} \wedge ... \\ \phi\subset TDAT_{g.q}\subset DAT_{g.q}\}$$

Attributbezogene Verteilungsfunktion (Ausprägungsverteilung) $VAT_{n.q.r}$:

$$VAT_{n.q.r}: \quad DAT_{n.q} \rightarrow Re_0 \\ ata_{n.q.r} \rightarrow VAT_{n.q.r}(ata_{n.q.r})=w_{n.q.r}$$

mit: a) $q\varepsilon\{2,...,Q_n\}$ und $q\neq 2$, falls $at_{n.2}$="Markenname"

b) $w_{n.q.r}$ ist die Wahrscheinlichkeit für die Ausprägung $ata_{n.q.r}$ des Attributs $at_{n.q}$ unter einer Markierung M_r (Ausprägungswahrscheinlichkeit)

c) $\bigwedge(ata_{n.q.r}\varepsilon DAT_{n.q})$: $0\leq w_{n.q.r}\leq 1$

d) $\Sigma(ata_{n.q.r}\varepsilon DAT_{n.q})$: $w_{n.q.r} = 1$

Menge $MVAT_{g.q}$ aller attributbezogenen Verteilungsfunktionen für das Attribut $at_{g.q}$ aller Marken aus einer Markenart ma_g:

$$MVAT_{g.q}=\{VAT_{n.q} \mid m_n\varepsilon ma_g \wedge DAT_{n.q}=DAT_{g.q} \wedge ... \\ VAT_{n.q}: DAT_{n.q}\rightarrow Re_0\}$$

Hieraus folgt für jede nicht-leere echte Teilmenge aus attributbezogenen Verteilungsfunktionen für das Attribut $at_{n.q}$ aller Marken aus einer Markenart ma_g:

$$\phi\subset TVAT_{g.q}\subset MVAT_{g.q}.$$

Menge MMVAT aller Mengen aus attributbezogenen Verteilungsfunktionen für Attributmarken :

$MMVAT=\{MVAT_{g.q} \mid g\varepsilon\{1,...,G\} \wedge q\varepsilon\{1,...,Q_g\}\}$

Menge MTVAT aller nicht-leeren, echten Teilmengen aus attributbezogenen Verteilungsfunktionen für Attributmarken :

$$MTVAT=\{TVAT_{g.q} \mid g\varepsilon\{1,...,G\} \wedge q\varepsilon\{1,...,Q_g\} \wedge ... \\ \phi \subset TVAT_{g.q} \subset MVAT_{g.q}\}$$

Erscheinungsform $m_{n.r}$ einer Marke m_n unter einer Markierung $\underline{M}_r$:

a) für die Basismarke m_0 mit n=0:

$m_{0.r} = m_0 = \emptyset$

b) für Attributmarken m_n mit $n \varepsilon \{1, \ldots, N\}$:

$m_{n.r} = \langle atp_{n.1.r}, atp_{n.2.r}, \ldots, atp_{n.Q_n.r} \rangle$

ist das Tupel der Attributausprägungen der Marke m_n unter der Markierung $\underline{M}_r$ (Attributtupel) mit:

- $atp_{n.q.r}$ ist ein Platzhalter für die deterministische Attributausprägung $ata_{n.q.r}$ oder die Verteilungsfunktion $VAT_{n.q.r}$ über stochastischen Attributausprägungen. Falls die Marke m_n aus der Markenart ma_g stammt, gilt:

$$atp_{n.q.r} = \begin{cases} ata_{n.q.r} \varepsilon DAT_{g.q}; & \text{falls } at_{n.q} \text{ ein deterministisches Attribut ist} \\ VAT_{n.q.r} \varepsilon DAT_{g.q}; & \text{falls } at_{n.q} \text{ ein stochastisches Attribut ist} \end{cases}$$

- Die deterministischen oder stochastischen Attributausprägungen $ata_{n.q.r}$ bzw. $VAT_{n.q.r}$ können markierungsinvariant ($ata_{n.q.r} = ata_{n.q}$ bzw. $VAT_{n.q.r} = VAT_{n.q}$) oder markierungsvariant sein.

- für q=1 gilt:

  $m_n \varepsilon ma_g \Rightarrow atp_{n.1.r} = atp_{n.1} = ata_{n.1.r} = ata_{n.1} = NAME_g$

- für q=2 gilt:

  $at_{n.2} =$ "Markenname"

  $\Rightarrow atp_{n.2.r} = atp_{n.2} = ata_{n.2.r} = ata_{n.2} = IDENT_n$

- für $q=Q_n$ gilt:

  $at_{n.Q_n} =$ "Zeitattribute"

  $\Rightarrow atp_{n.Q_n.r} = atp_{n.Q_n} = ata_{n.Q_n.r} = ata_{n.Q_n} \wedge \ldots$

  $ata_{n.Q_n} \varepsilon pot_+ (\{ZEIT(at_{n.q} \mid q \varepsilon \{2, \ldots, Q_n - 1\} \wedge \ldots$

  $(at_{n.2} = IDENT_n \rightarrow q \neq 2\})$

- In jedem konkreten Netz werden die unbestimmten Attributausprägungen $ata_{n.q.r}$ des hier definierten Netz-Schemas durch konkrete Werte eindeutig bestimmt.

Menge MM_r aller Marken-Erscheinungsformen unter einer Markierung $\underline{M}_r$:

$$MM_r \quad (\mathop{X}_{g=1}^{G} (X(at_{g.q} \varepsilon SM_g) : DAT_{g.q}) \cup \{m_0\} = \{m_{n.r} \mid m_n \varepsilon MM\}$$

Menge MMI_r aller Erscheinungsformen von individuellen Marken unter einer Markierung M_r:

$MMI_r = \{m_{n.r} \mid m_n \varepsilon MMI\}$

Menge MMS_r aller Erscheinungsformen von strukturierten Marken (Attributmarken) unter einer Markierung M_r:

$MMS_r = \{m_{n.r} \mid m_n \varepsilon MMS\}$

Menge MMZ_r aller Erscheinungsformen von temporalen Marken (Zeitmarken) unter einer Markierung M_r:

$MMZ_r = \{m_{n.r} \mid m_n \varepsilon MMZ\}$

Menge MMY_r aller Erscheinungsformen von Systemmarken unter einer Markierung M_r:

$MMY_r = \{m_{n.r} \mid m_n \varepsilon MMY\}$

mit:

a) $m_{n.r} = \langle ata_{n.1}, ata_{n.2}, ata_{n.3.r} \rangle$ mit:

* $ata_{1.1}$="Systemmarke"
* $ata_{1.2}$="aktuelle_Systemzeitmarke"
- $ata_{2.2}$="alte_Systemzeitmarke"
- $ata_{3.2}$="neue_Systemzeitmarke"
- $ata_{4.2}$="Jahresmarke"
- $ata_{5.2}$="Monatsmarke"
- $ata_{6.2}$="Tagesmarke"
- $ata_{7.2}$="Stundenmarke"
- $ata_{8.2}$="Minutenmarke"
- $ata_{9.2}$="Sekundenmarke"
- $ata_{10.2}$="Uhrzeitmarke"
- $ata_{11.2}$="Datumsmarke"
* $ata_{1.3.r} = z_r = (JJ_r, MM_r, TT_r, hh_r, mm_r, ss_r)$
- $ata_{2.3.r} = z_{alt.r} = \ldots$
  $(JJ_{alt.r}, MM_{alt.r}, TT_{alt.r}, hh_{alt.r}, mm_{alt.r}, ss_{alt.r})$
- $ata_{3.3.r} = z_{neu.r} = \ldots$
  $(JJ_{neu.r}, MM_{neu.r}, TT_{neu.r}, hh_{neu.r}, mm_{neu.r}, ss_{neu.r})$
- $ata_{4.3.r} = JJ_r$
- $ata_{5.3.r} = MM_r$
- $ata_{6.3.r} = TT_r$
- $ata_{7.3.r} = hh_r$
- $ata_{8.3.r} = mm_r$
- $ata_{9.3.r} = ss_r$
- $ata_{10.3.r} = z_{Uhr.r} = (hh_r, mm_r, ss_r)$
- $ata_{11.3.r} = z_{Dat.r} = (JJ_r, MM_r, TT_r)$

b) Kurznotation:

$$m_{n.r} = \langle ata_{n.1}, ata_{n.2}, ata_{n.3.r} \rangle \wedge ata_{n.3.r} = (A)$$

$:\Leftrightarrow m_{n.r} = \langle A \rangle$

Zeitfunktion $ZAT_{g.q}$:

Für die Ausprägung $ata_{p.q.f}$ des temporalen Attributs $at_{p.q}$ eines Platzhalters mp_p für eine Zeitmarke $m_p \varepsilon MMZ$ oder eine Markenvariable $mv_p \varepsilon MMZ$, die jeweils zu einer Markenart ma_g gehören, unter Markierung $\underline{M}_f$ und zur Systemzeit z_r gilt:

$ZAT_{g.q}$: $[DAT_{p.2} x \ldots x DAT_{p.Qp-1} x] No^6 [x No^6] \rightarrow DAT_{p.q}$

$([atp_{p.2.r}, \ldots, atp_{p.Qp-1.r},] zp_{r.1} [, zp_{r.2}])$

$\rightarrow ZAT_{g.q}([atp_{p.2.r}, \ldots, atp_{p.Qp-1.r},] zp_{r.1} [, zp_{r.2}])$

mit:

a) $atp_{p.q.r} \varepsilon \{ata_{p.q.r}, VAT_{p.q.r}\}$ für $q \varepsilon \{2, \ldots, Q_{p-1}\}$

b) $zp_{r.p}$ ist ein Platzhalter für die aktuelle Systemzeit z_r oder die Zeitdifferenz $z_{dif.r}$ zwischen neuer und alter Systemzeit $z_{neu.r}$ bzw. $z_{alt.r}$ mit $p \varepsilon \{1,2\}$:

$zp_{r.1} \varepsilon \{z_r, z_{dif.r}\} \wedge zp_{r.2} \varepsilon (\{z_r, z_{dif.r}\} - \{zp_{r.1}\})$

c) $\underline{M}_f$ ist die Folgemarkierung der Markierung $\underline{M}_r$; unter beiden Markierungen gilt die Systemzeit z_r

d) $ata_{p.q.f} := ZAT_{g.q}(\ldots)$

Markenvariable mv_x:

Eine Markenvariable mv_x kann durch Marken m_n markierungsabhängig ersetzt (belegt) werden:

a) $MV = \{mv_x \mid x \varepsilon \{N+1, \ldots, X\}\}$ mit $X = \#(MV) + N$ und $X \varepsilon N_+$ für $MV \neq \emptyset$ sowie $X=0$ für $MV = \emptyset$ ist die Menge aller Markenvariablen mv_x

b) Markenvariablen sind für strukturierte Markenarten definiert und übernehmen deren Struktur:

$\bigwedge(x \varepsilon \{N+1, \ldots, X\}) \dot{\bigvee}(g \varepsilon \{1, \ldots, G\}): mv_x \varepsilon ma_g \wedge SM_x = SM_g$

c) für die Erscheinungsformen $mv_{x.r}$ von Markenvariablen mv_x unter Markierungen $\underline{M}_r$ gilt:

$\bigwedge(x \varepsilon \{N+1, \ldots, X\}) \dot{\bigvee}(g \varepsilon \{1, \ldots, G\}): \ldots$

$(mv_{x.r} = \langle atp_{x.1.r}, atp_{x.2.r}, \ldots, atp_{x.Qx.r} \rangle \wedge \ldots$

$atp_{x.1.r} = NAME_g \wedge (\bigwedge(q \varepsilon \{1, \ldots, Q_x\}): \ldots$

$(atp_{x.q.r} = ata_{x.q.r} \rightarrow ata_{x.q.r} \varepsilon DAT_{g.q})$

$\wedge (atp_{x.q.r} = VAT_{x.q.r} \rightarrow VAT_{x.q.r} \varepsilon MVAT_{g.q}))$

d) für die korrekte Belegung der Erscheinungsform $mv_{x.r}$ der Markenvariable mv_x unter einer Markierung $\underline{M}_r$ durch eine Marken-Erscheinungsform $m_{n.r}$ gilt:

$mv_{x.r} = m_{n.r}$

$\Rightarrow (\dot{\bigvee}(g \varepsilon \{1, \ldots, G\}): atp_{x.1.r} = ata_{n.1.r} = NAME_g$

e) mindestens eine Attributausprägung $ata_{x.q.r}$ wird in konkreten Netzen nicht durch einen konkrete Werte bestimmt, sondern bleibt eine (Attributausprägungs-) Variable

Platzhalter mp_p für Marken oder Markenvariablen:

a) $p \varepsilon \{0, \ldots, P\} \wedge P=\max\{N,X\}$

b) Der Index p=0 wird für den Platzhalter der Basismarke m_0 reserviert:

$mp_0 = m_0$

c) Für alle $p \varepsilon \{1, \ldots, P\}$ gilt:

$mp_p \; \varepsilon \; \{m_p, mv_p\}$

d) Für Platzhalter $mp_{p.r}$ für Erscheinungsformen $m_{n.r}$ von Marken m_n oder für Erscheinungsformen $mv_{x.r}$ von Markenvariablen mv_x unter Markierungen $\underline{M}_r$ gilt:

- für p=0:

  $mp_{0.r} = mp_0 = m_0 = \langle\rangle = \emptyset$

- für $p \varepsilon \{1, \ldots, P\}$:

  $$(\bigwedge (n \varepsilon \{1, \ldots, N\}) : ((mp_{p.r} = m_{n.r} \wedge p=n)$$
  $$\langle-\rangle \; mp_{p.r} = \langle atp_{n.1.r}, atp_{n.2.r}, \ldots, atp_{n.\varrho p.r}\rangle))$$
  $$(\bigwedge (x \varepsilon \{1, \ldots, X\}) : ((mp_{p.r} = mv_{x.r} \wedge p=x)$$
  $$\langle-\rangle \; mp_{p.r} = \langle atp_{x.1.r}, atp_{x.2.r}, \ldots, atp_{x.\varrho p.r}\rangle))$$

e) Für die korrekte Belegung eines Platzhalters mp_p durch eine Marke m_n gilt das Prädikat $BEL_{i.j}$ bezüglich der Transition t_i und ihrer benachbarten Stelle s_j:

$$BEL_{i.j}(m_{n.r}, mp_{p.r})$$
$$:\langle=\rangle \quad m_{n.r} = \langle atp_{n.1.r}, \ldots, atp_{n.\varrho n.r}\rangle$$
$$\wedge (mp_{p.r} \varepsilon W_{ins.j.i} \vee mp_{p.r} \varepsilon W_{ina.j.i})$$
$$\wedge (mp_{p.r} = m_{n.r} \vee \ldots$$
$$\wedge (mp_{p.r} = mv_{x.r} \wedge (K_{j.g} > 0 \; -\!\!> \; atp_{n.1.r} = NAME_g)))$$

$$BEL_{i.j}(m_{n.f}, mp_{p.f})$$
$$:\langle=\rangle \quad m_{n.f} = \langle atp_{n.1.f}, \ldots, atp_{n.\varrho n.f}\rangle$$
$$\wedge \; mp_{p.f} \varepsilon W_{outs.i.j}$$
$$\wedge (mp_{p.f} = m_{n.f} \vee \ldots$$
$$\wedge (mp_{p.f} = mv_{x.f} \wedge (K_{j.g} > 0 \; -\!\!> \; atp_{n.1.f} = NAME_g)))$$

und:

$$\bigwedge (s_j \varepsilon NA(t_i)) \bigwedge (s_k \varepsilon (NA(t_i) - \{s_j\})) : \ldots$$
$$((((mp_{p.r} \varepsilon W_{ins.j.i} \vee mp_{p.r} \varepsilon W_{ina.j.i})$$
$$\wedge BEL_{i.j}(m_{n.r}, mp_{p.r}))$$
$$\vee (mp_{p.f} \varepsilon W_{outs.i.j} \wedge BEL_{i.j}(m_{n.f}, mp_{p.k}))$$
$$(((mp_{p.r} \varepsilon W_{ins.k.i} \vee mp_{p.r} \varepsilon W_{ina.k.i})$$
$$\wedge BEL_{i.j}(m_{n'.r}, mp_{p.r}))$$
$$\vee (mp_{p.f} \varepsilon W_{outs.i.k} \wedge BEL_{i.j}(m_{n'.f}, mp_{p.f})))$$
$$-\!\!> \; n=n'$$

Flußrelation F:

$F \subseteq ((S \times T) \cup (T \times S))$

mit der Auszeichnung von lokalen Bereichen in einem netzrepräsentierenden Graphen:

a) $X = S \cup T$ ist die Menge aller Knoten des netzrepräsentierenden Graphen (Netzknoten)

b) F ist die Menge aller Kanten des netzrepräsentierenden Graphen (Netzkanten)

c) Vorbereich $VB(x_b)$ des Knotens x_b:

$\bigwedge (x_b \varepsilon X): \; VB(x_b) = \{x_a \mid x_a \varepsilon X \wedge (x_a, x_b) \varepsilon F\}$

d) Nachbereich $NB(x_a)$ des Knotens x_a:

$\bigwedge (x_a \varepsilon X): \; NB(x_a) = \{x_b \mid x_b \varepsilon X \wedge (x_a, x_b) \varepsilon F\}$

c) Nachbarschaft $NA(x_a)$ des Knotens x_a:

$\bigwedge (x_a \varepsilon X): \; NA(x_a) = VB(x_a) \cup NB(x_a)$

Kapazitätsfunktion K:

$K: \; S \rightarrow N_0^{G+1}$

$s_j \rightarrow K(s_j) = (K_{j.0}, K_{j.1}, \ldots, K_{j.G})$

mit:

a) $\dot{\bigvee} (g \varepsilon \{0, 1, \ldots, G\}): \; K_{j.g} \varepsilon N_+$

mit ma_g als spezifischer Markenart der Stelle s_j

b) $\bigwedge (g' \varepsilon (\{0, 1, \ldots, G\} - \{g\})): \; K_{j.g'} = 0$

Gewichtungsfunktion W:

$W=(W_{in}, W_{out})$

mit:

a) W_{in}: $S \times T \rightarrow MM_r{}^* \times \{Fix, Min, \emptyset\} \times MM_r{}^*$

$(s_j, t_i) \rightarrow W_{in}(s_j, t_i) = W_{in.j.i} = \ldots$

$(W_{ina.j.i}, AO_{in.j.i}, W_{ins.j.i})$

mit:

* $W_{in.j.i} \begin{cases} \neq(0,\emptyset,0) & ; \text{ falls } (s_j, t_i) \varepsilon F \\ =(0,\emptyset,0) & ; \text{ falls } (s_j, t_i) \notin F \end{cases}$

* $W_{ina.j.i} = \ldots$

$\Sigma(y \varepsilon \{0,1,\ldots,Y_{ina.j.i}\}): W_{ina.j.i.y} \cdot mp_{p.r}$

und:

- $Y_{ina.j.i} \varepsilon N_0$ ist die Anzahl von Platzhaltern mp_p für Marken m_p oder Markenvariablen mv_p, deren Erscheinungsformen $mv_{p.r}$ bzw. $m_{p.r}$ im Gewicht $W_{ina.j.i}$ enthalten sind:

  $W_{ina.j.i} \varepsilon MM_r{}^+ \Rightarrow Y_{ina.j.i} \varepsilon N_+$

  $W_{ina.j.i} = () = 0 \Rightarrow Y_{ina.j.i} = 0$

- $W_{ina.j.i} \varepsilon MM_r{}^+ \Rightarrow (\bigwedge(y \varepsilon \{1,\ldots,Y_{ina.j.i}\}): W_{ina.j.i.y} \varepsilon N_+)$

- $y=0 \Rightarrow W_{ina.j.i.y} \cdot mp_{p.r} = 0 \cdot mp_{p.r} = 0$

* $W_{ins.j.i} = \begin{cases} \Sigma(y \varepsilon \{0,1,\ldots,Y_{ins.j.i}\}): \ldots \\ W_{ins.j.i.y} \cdot mp_{p.r} \text{ ; falls } \ldots \\ (s_j, t_i) \text{ keine Absorberkante ist} \\ M_r(s_j); \text{ falls } \ldots \\ (s_j, t_i) \text{ eine Absorberkante ist} \end{cases}$

und:

- $Y_{ins.j.i} \varepsilon N_0$ ist die Anzahl von Platzhaltern mp_p für Marken m_p oder Markenvariablen mv_p, deren Erscheinungsformen $mv_{p.r}$ bzw. $m_{p.r}$ im Gewicht $W_{ins.j.i}$ enthalten sind:

  $W_{ins.j.i} \varepsilon MM_r{}^+ \Rightarrow Y_{ins.j.i} \varepsilon N_+$

  $W_{ins.j.i} = () = 0 \Rightarrow Y_{ins.j.i} = 0$

- $W_{ins.j.i} \varepsilon MM_r{}^+ \Rightarrow (\bigwedge(y \varepsilon \{1,\ldots,Y_{ins.j.i}\}): W_{ins.j.i.y} \varepsilon N_+)$

- $y=0 \Rightarrow W_{ins.j.i.y} \cdot mp_{p.r} = 0 \cdot mp_{p.r} = 0$

$$* \bigwedge (mp_{p.r} \varepsilon MMI_r): \ldots$$
$$(\bigvee (s_j \varepsilon VB(t_i)): mp_{p.r} \varepsilon W_{ina.j.i})$$
$$\to (W_{ina.j.i.p}=1 \wedge \ldots$$
$$(\bigwedge (s_k \varepsilon (VB(t_i)-\{s_j\})): mp_{p.r} \notin W_{ina.k.i}))$$
$$\wedge (\bigvee (s_j \varepsilon VB(t_i)): mp_{p.r} \varepsilon W_{ins.j.i})$$
$$\to (W_{ins.j.i.p}=1 \wedge \ldots$$
$$(\bigwedge (s_k \varepsilon (VB(t_i)-\{s_j\})): mp_{p.r} \notin W_{ins.k.i}))$$

$$* \bigwedge (t_i \varepsilon T) \bigwedge (s_j \varepsilon VB(t_i)): \ldots$$
$$(0 \neq W_{ins.j.i} \neq M_r(s_j) \wedge AO_{in.j.i}=Min)$$
$$\to (W_{ina.j.i}, W_{ins.j.i}) \neq (0,0))$$
$$\wedge (W_{ins.j.i}=M_r(s_j) \to (W_{ina.j.i}=0 \wedge AO_{in.j.i}=Min))$$

b) $W_{out}: \quad TxS \to N_0 x\{Fix, Max, \emptyset\} x N_+$
$$(t_i, s_j) \to W_{out}(t_i, s_j) = W_{out,i.j} = \ldots$$
$$(W_{outa.i.j}, AO_{out.i.j}, W_{outs.i.j})$$

mit:

$$* \quad W_{out.j.j} \begin{cases} \neq(0,\emptyset,0) & ; \text{ falls } (s_j, t_i) \varepsilon F \\ =(0,\emptyset,0) & ; \text{ falls } (s_j, t_i) \notin F \end{cases}$$

$$* \quad W_{outa.i.j} \varepsilon N_0$$

$$* \quad W_{outs.i.j} = \begin{cases} \Sigma(y \varepsilon \{0,1,\ldots,Y_{outs.i.j}\}): \ldots \\ W_{outs.i.j.y} \cdot mp_{p.f} \text{ ; falls } \ldots \\ \quad (t_i, s_j) \text{ keine Absorberkante ist} \\ M_r(s_k) \text{; falls } \ldots \\ \quad (t_i, s_j) \text{ eine Absorber- und} \\ \quad (s_k, t_i) \text{ eine Absorberkante ist} \end{cases}$$

und:

- $Y_{outs.i.j} \varepsilon N_0$ ist die Anzahl von Platzhaltern mp_p für Marken m_p oder Markenvariablen mv_p, deren Erscheinungsformen $mv_{p.f}$ bzw. $m_{p.f}$ im Gewicht $W_{outs.i.j}$ enthalten sind
- $(s_j, t_i) \varepsilon F \Rightarrow W_{outs.i.j} \varepsilon MM_f{}^+ \Rightarrow Y_{outs.i.j} \varepsilon N_+$
- $(s_j, t_i) \ F \Rightarrow W_{outs.i.j} = () = 0 \Rightarrow Y_{outs.i.j} = 0$
- $W_{outs.i.j} \varepsilon MM_f{}^+ \Rightarrow (\bigwedge (y \varepsilon \{1,\ldots,Y_{outs.i.j}\}):$
  $W_{outs.i.j.y} \varepsilon N_+)$
- $y=0 \Rightarrow W_{outs.i.j.y} \cdot mp_{p.f} = 0 \cdot mp_{p.f} = 0$

$* \bigwedge (mp_{p.f}\, \varepsilon MMI_f): \ldots$

$(\bigvee (s_j\, \varepsilon NB(t_i)): mp_{p.f}\, \varepsilon W_{outa.i.j})$

$\rightarrow (W_{outa.i.j.p}=1 \wedge \ldots$

$(\bigwedge (s_k\, \varepsilon (NB(t_i)-\{s_j\})): mp_{p.f} \notin W_{outa.i.k}))$

$\wedge (\bigvee (s_j\, \varepsilon NB(t_i)): mp_{p.f}\, \varepsilon W_{outs.i.j})$

$\rightarrow (W_{outs.i.j.y}=1 \wedge \ldots$

$(\bigwedge (s_k\, \varepsilon (NB(t_i)-\{s_j\})): mp_{p.f} \notin W_{outs.i.k}))$

$* \bigwedge (t_i\, \varepsilon T) \bigwedge (s_j\, \varepsilon VB(t_i)): W_{outs.i.j}=M_r(s_j) \rightarrow \ldots$

$(\dot{\bigvee} (s_k\, \varepsilon VB(t_i)): W_{in.k.i}=(0, Min, M_r(s_k))$

$\wedge W_{outa.i.j}=K_{j.g}-\#(M_r(s_k)) \wedge AO_{out.i.j}=Max)$

Markierungsfunktion M_r:

$M_r: \quad S \rightarrow MM_r^*$

$s_j \rightarrow M_r(s_j)=\Sigma(m_{n.r}\, \varepsilon MM_r): c_{n.r.j} \cdot m_{n.r}$

mit:

a) $c_{n.r.j}\, \varepsilon N_0 \wedge c_{n.r.j}=\#_2(m_{n.r}, M_r(s_j))$

b) Markierungsvektor $\underline{M}_r$:

$\underline{M}_r^{tr}=(M_r(s_j) \mid s_j\, \varepsilon S)$ mit $\underline{M}_r\, \varepsilon (MM_r^*)^J$

c) explizite Angabe der Ausprägungstupel für alle $m_{n.r}$, die in $\underline{M}_r$ enthalten sind:

$LM_r=\{\langle ata_{n.1.r}, ata_{n.2.r}, \ldots, ata_{n.\varrho n.r}\rangle \mid \ldots$

$m_{n.r}\, \varepsilon MMS_r \wedge (\bigvee (s_j\, \varepsilon S): m_{n.r}\, \varepsilon M_r(s_j))\}$

d) Ausgangsmarkierung:

- als Funktion M_0 eine ausgezeichnete Markierung M_r mit r=0
- als Vektor $\underline{M}_0$ eine ausgezeichnete Markierung $\underline{M}_r$ mit r=0

e) Folgemarkierung:

als Funktion M_f oder Vektor $\underline{M}_f$ eine Markierung M_r bzw. $\underline{M}_r$ mit r=f, die von einer Referenzmarkierung aus durch Schalten von Transitionen erreicht werden kann

f) Vorgängermarkierung:

als Funktion M_v oder Vektor $\underline{M}_v$ eine Markierung M_r bzw. $\underline{M}_r$ mit r=v, von der aus eine Referenzmarkierung durch Schalten von Transitionen erreicht werden kann

Menge EM aller erwünschten Endmarkierungen:

$EM=\{\underline{M}_{E.e} \mid e\varepsilon\{1,...,E\}\}$

mit:

a) $E\varepsilon N_0$ ist die Anzahl aller erwünschten Endmarkierungen mit $EM=\emptyset$ für $E=0$

b) für $E\varepsilon N_+$ und alle $e\varepsilon\{1,...,E\}$ gilt:

$$M_{E.e}: \quad S \rightarrow MM_r{}^*$$

$$s_j \rightarrow M_{E.e}(s_j)=(m_{n.r} \mid m_{n.r}\varepsilon MM_{E.e})$$

$$=\Sigma(m_{n.r}\varepsilon MM_{E.e}): c_{n.E.e.j}\cdot m_{n.r}$$

mit: $c_{n.E.e.j}=\#_2(m_{n.r}, M_{E.e}(s_j))$

$$\underline{M}_{E.e}{}^{tr}=(M_{E.e}(s_j) \mid s_j\varepsilon S)$$

Schaltcharakteristik SC:

$$SC: \quad T \rightarrow pot(MTDAT\cup MTVAT) \times pot(MDAT\cup MVAT) \ldots$$

$$\times (PL\times PL) \times ((pot_2(S)\cup\{\emptyset\}) \times (pot_2(S)\cup\{\emptyset\}))$$

$$t_i \rightarrow SC(t_i)=(SEI_i, SER_i; VT_i, POS_i)$$

mit:

a) für die Schalteinschränkungen SEI_i von Transitionen t_i:

$$SEI_i=\emptyset \;\dot{\vee}\; SEI_i=\{FO_{i.g.q.r}(atp_{p.q.r}) \mid g\varepsilon\{1,...,G\}\wedge \ldots$$
$$q\varepsilon\{1,...,Q_g\} \wedge p\varepsilon\{1,..,P\}\}$$

mit:

$$atp_{p.q.r}=\begin{cases} ata_{p.q.r}\varepsilon DAT_{g.q} & \text{für deterministische Attribute } at_{p.q} \\ VAT_{p.q.r}\varepsilon MVAT_{g.q}) & \text{für stochastische Attribute } at_{p.q} \end{cases}$$

Für die Schalteinschränkungen SEI_i aller Transitionen t_i gilt:

$$\bigwedge(t_i\varepsilon T)\bigwedge(g\varepsilon\{1,...,G\})\bigwedge(q\varepsilon\{2,..,Q_g\})$$
$$\bigwedge(p\varepsilon\{1,...,P\})\bigwedge(FO_{i.g.q.r}(atp_{p.q.r})\varepsilon SEI_i): \ldots$$
$$mp_p\varepsilon ma_g \wedge \ldots$$

$$FO_{i.g.q.r}(atp_{p.q.r}):\Leftrightarrow \begin{cases} ata_{p.q.r}\varepsilon TDAT_{g.q}\wedge \ldots \\ \emptyset\subset TDAT_{g.q}\subset DAT_{g.q}; \\ \text{für } atp_{p.q.r}=ata_{p.q.r} \\ VAT_{p.q.r}\varepsilon TVAT_{g.q}\wedge \ldots \\ \emptyset\subset TVAT_{g.q}\subset MVAT_{g.q}; \\ \text{für } atp_{p.q.r}=VAT_{p.q.r} \end{cases}$$

b) für die Schaltersetzungen SER_i von Transitionen t_i:

$$SEI_i = \emptyset \;\dot{\vee}\; SER_i = \{FO_{i.g.q.f}(atp_{p.q.f}) \mid g\varepsilon\{1,...,G\} \wedge ... \quad q\varepsilon\{1,...,Q_g\} \wedge p\varepsilon\{1,..,P\}\}$$

mit:

$$atp_{p.q.f} = \begin{cases} ata_{p.q.f}\,\varepsilon DAT_{g.q} & \text{für deterministische Attribute } at_{p.q} \\ VAT_{p.q.f}\,\varepsilon MVAT_{g.q}) & \text{für stochastische Attribute } at_{p.q} \end{cases}$$

Für die Schaltersetzungen SER_i aller Transitionen t_i gilt:

$$\bigwedge(t_i\,\varepsilon T)\bigwedge(g\varepsilon\{1,...,G\})\bigwedge(q\varepsilon\{2,..,Q_g\})$$
$$\bigwedge(p\varepsilon\{1,...,P\})\bigwedge(FO_{i.g.q.f}(atp_{p.q.f})\,\varepsilon SER_i): \;...$$
$$mp_p\,\varepsilon ma_g$$
$$\wedge\,(atp_{p.q.f}=ata_{p.q.f} \;->\; ...$$
$$(\dot{\bigvee}(ata_{p.q.f}\,\varepsilon DAT_{g.q}):\; ...$$
$$FO_{i.g.q.f}(ata_{p.q.f}):<=>ata_{p.q.f}=ABB_{i.g.q}(...))$$
$$\wedge\,(atp_{p.q.f}=VAT_{p.q.f} \;->\; ...$$
$$(\dot{\bigvee}(VAT_{p.q.f}\,\varepsilon MVAT_{g.q}):\; ...$$
$$FO_{i.g.q.f}(VAT_{p.q.f}):<=>VAT_{p.q.f}=ABB_{i.g.q}(...))$$

c) für die Verknüpfungstypen VT_i der Schaltlogik der Transition t_i:

$$VT_i=(EL_i,AL_i)=(ELV_i,ELW_i;ALV_i,ALW_i)$$

mit:

- $VT_i\,\varepsilon(PLxPL)$
- $PL=\{(kon,kon),(adj,adj),\; ... \quad (kon,dis),(adj,dis),(dis,dis)\}$

d) für die stellenbezogenen Prioritätsordnungen POS_i der Transition t_i:

$$POS_i=(POS_{in.i},POS_{out.i})$$

mit:

$$*\quad POS_{in.i} = \begin{cases} \emptyset & ;\text{ falls } \#(VB(t_i))<2 \;\vee\; EL_i \notin \{(kon,dis),(adj,dis)\} \\ (GPOS_{in.i},RF_{in.i}) & ;\text{ falls } \#(VB(t_i))\geq 2 \;\wedge\; EL_i\,\varepsilon\{(kon,dis),(adj,dis)\} \end{cases}$$

und:

- $GPOS_{in.i}=VB(t_i)\wedge \#(VB(t_i))=D_{in.i}$
- $RF_{in.i}=(s_{j(d)} \mid d\varepsilon\{1,...,D_{in.i}\}\wedge s_{j(d)}\,\varepsilon GPOS_{in.i})$

$$:<=> s_{j(1)} \gg_{in.i} \;...\; \gg_{in.i} s_{j(D_{in.i})}$$

$$* \quad POS_{out.i} = \begin{cases} \emptyset & ;\ \text{falls}\ \#(NVB(t_i))<2 \\ & \quad \vee\ AL_i \notin \{(kon,dis),(adj,dis)\} \\ (GPOS_{out.i}, RF_{out.i}) & ;\ \text{falls}\ \#(NB(t_i))\geq 2 \\ & \quad \wedge\ AL_i \in \{(kon,dis),(adj,dis)\} \end{cases}$$

und:

- $GPOS_{out.i} = NB(t_i) \wedge \#(NB(t_i)) = D_{out.i}$
- $RF_{out.i} = (s_{j(d)} \mid d \in \{1,..,D_{out.i}\} \wedge \ldots$

  $s_{j(d)} \in GPOS_{out.i})$

  $:\Leftrightarrow\ s_{j(1)} \gg_{out.i} \ldots \gg_{out.i} s_{j(D_{out.i})}$

* $\gg_{in.i}$ und $\gg_{out.i}$ sind stellenbezogene Präferenzrelationen

Menge MPOT aller transitionenbezogenen Prioritätsordnungen POT_u:

$MPOT = \{POT_u \mid u \in \{1,...,U\}\}$

mit:

a) $U \in N_0$

b) $MPOT \in ((pot_2(T)\ x\ pot_+(pot_2(T))) \cup \{\emptyset\})$

c) $U=0\ :\Leftrightarrow\ MPOT=\emptyset$

d) $U\geq 1\ \Rightarrow\ (\bigwedge(POT_u \in MPOT):\ POT_u = (GPOT_u, RF_u)\ \ldots$

$\wedge\ GPOT_u \in (pot_2(T)) \wedge \#(GPOT_u) = D_u$

$\wedge\ RF_u = (TGPOT_{u.d} \mid d \in \{1,...,D_u\} \wedge \emptyset \subset TGPOT_{u.d} \subset GPOT_u)$

$\wedge\ (\bigcup(d \in \{1,...,D_u\}): TGPOT_{u.d}) = GPOT_u)$

$\wedge\ (\bigwedge(TGPOT_{u.d} \in RF_u) \bigwedge(TGPOT_{u.d'} \in (RF_u - \{TGPOT_{u.d}\})):$

$TGPOT_{u.d} \cap TGPOT_{u.d'} = \emptyset)$

$\wedge\ (\bigwedge(TGPOT_{u.d} \in RF_u) \bigwedge(TGPOT_{u.d'} \in (RF_u - \{TGPOT_{u.d}\})):$

$d<d'$

$\leftrightarrow\ (\bigwedge(t_h \in TGPOT_{u.d}) \bigwedge(t_i \in TGPOT_{u.d'}):\ t_h \gg_u t_i))$

$\wedge\ (\bigwedge(GPOT_u \in pot_2(T)) \bigwedge(GPOT_w \in (pot_2(T) - \{GPOT_u\}):$

$(t_h \in GPOT_u \wedge t_i \in GPOT_u \wedge t_h \gg_u t_i)$

$\rightarrow\ (\neg(t_h \in GPOT_w \wedge t_i \in GPOT_w \wedge t_i \gg_w t_h)))$

$\wedge\ (\bigwedge(POT_u \in MPOT):\ \ldots$

$(\bigwedge(d \in \{1,...,D_u\}):\ TGPOT_{u.d} = \{t_{i(d)}\})$

$\leftrightarrow\ RF_u = (t_{i(d)} \mid d \in \{1,...,D_u\})$

$\leftrightarrow\ (t_{i(1)} \gg_u \ldots \gg_u t_{i(d)} \gg_u \ldots \gg_u t_{i(D_u)}))$

e) $\gg_u$ ist eine transitionenbezogene Präferenzrelation

Netzbedingungen $NE=(NE_1, NE_2, NE_3)$:

a) $NE_1:\ S \cap T = \emptyset$

b) $NE_2:\ S \cup T \neq \emptyset$

c) $NE_3:\ S \cup T = VB(F) \cup NB(F)$

mit:

- $VB(F) = \{x_a \mid x_a \in (S \cup T) \wedge (\bigvee(x_b \in (S \cup T)):\ (x_a, x_b) \in F)\}$
- $NB(F) = \{x_b \mid x_b \in (S \cup T) \wedge (\bigvee(x_a \in (S \cup T)):\ (x_a, x_b) \in F)\}$

Konsistenzbedingungen $KB=(KB_1, KB_2, KB_3, KB_4, KB_5)$:

a) $KB_1: \bigwedge(t_i \varepsilon T) \bigwedge(s_j \varepsilon NA(t_i)) \bigwedge(ma_g \varepsilon MA): \ldots$

$(0 \neq W_{ins.j.i} \neq M_r(s_j)$

$\rightarrow (0 \leq \Sigma(y \varepsilon \{0,\ldots,Y_{ins.j.i}\}): W_{ins.j.i.y} \leq K_{j.g}$

$\wedge\ 0 \leq \Sigma(y \varepsilon \{0,\ldots,Y_{ins.j.i}\}): W_{ins.j.i.y} \ldots$

$\leq \Sigma(y \varepsilon \{0,\ldots,Y_{ina.j.i}\}): W_{ina.j.i.y} \leq K_{j.g}))$

$\wedge ((0 \neq W_{outs.i.j} \wedge (\neg(\bigvee(s_k \varepsilon VB(t_i): W_{outs.i.j} = M_r(s_k)))$

$\rightarrow 0 \leq \Sigma(y \varepsilon \{0,\ldots,Y_{outs.i.j}\}): W_{outs.i.j.y} \ldots$

$\leq K_{j.g} \quad)$

$\wedge (W_{outs.i.j} = M_r(s_j)$

$\rightarrow (\dot{\bigvee}(s_k \varepsilon VB(t_i)): K_{k.g} > 0 \leftrightarrow K_{j.g} > 0)))$

b) $KB_2: \bigwedge(s_j \varepsilon S) \bigwedge(m_{n.o} \varepsilon MM_r) \bigwedge(ma_g \varepsilon MA): \ldots$

$0 \leq \#_3(m_{n.o}, m_n \varepsilon ma_g, M_o(s_j)) \leq K_{j.g}$

c) $KB_3: \bigwedge(m_{n.o} \varepsilon MMI_o): \left(\sum_{j=1}^{J} \#_2(m_{n.o}, M_o(s_j))\right) \leq 1$

d) $KB_4: \bigwedge(t_i \varepsilon T) \bigwedge(g \varepsilon \{1,\ldots,G\}) \bigwedge(q \varepsilon \{2,\ldots,Q_g\})$

$\bigwedge(p \varepsilon \{1,\ldots,P\}): \ldots.$

$\#_2(FO_{i.g.q.r}(atp_{p.q.r}), SEI_i) \leq 1$

$\wedge\ \#_2(FO_{i.g.q.r}(atp_{p.q.f}), SER_i) \leq 1$

$\wedge (\bigwedge(FO_{i.g.q.r}(atp_{p.q.r}) \varepsilon SEI_i) \quad (s_j \varepsilon VB(t_i)): \ldots$

$K_{j.g} > 0 \quad (mp_{p.r} \varepsilon W_{ina.j.i} \quad W_{ins.j.i} = M_r(s_j)))$

$\wedge (\bigwedge(FO_{i.g.q.f}(atp_{p.q.f}) \varepsilon SER_i): \ldots$

$(\bigvee(s_j \varepsilon NB(t_i)): K_{j.g} > 0 \wedge (mp_{p.f} \varepsilon W_{outs.i.j} \vee \ldots$

$(\dot{\bigvee}(s_k \varepsilon VB(t_i)): K_{k.g} > 0 \wedge W_{ins.k.i} = M_r(s_k)$

$\wedge W_{outs.i.j} = M_r(s_k))))$

$\wedge ((Q_g \geq 2 \wedge at_{g.2} = \text{"Markenname"})$

$\rightarrow FO_{i.g.2.f}(atp_{p.2.f}) \notin SER_i)$

$\wedge ((Q_g \geq 3 \wedge at_{g.Qg} = \text{"Zeitattribute"})$

$\rightarrow FO_{i.g.Qg.f}(atp_{p.Qg.f}) \notin SER_i)$

$\wedge (\bigwedge(atp_{p'.q'.r} \varepsilon ABB_{i.g.q}) \bigvee(s_k \varepsilon VB(t_i)): \ldots$

$K_{k.g} > 0 \wedge mp_{p'.r} \varepsilon W_{ina.k.i}))$

$\wedge (\bigwedge(s_j \varepsilon NB(t_i)): (W_{outs.i.j} = \ldots$

$\Sigma(y \varepsilon \{0,\ldots,Y_{outs.i.j}\}): W_{outs.i.j.y} \cdot mp_{p.f}$

$\rightarrow (\bigwedge(y \varepsilon \{1,\ldots,Y_{outs.i.j}\}): \ldots$

$((W_{outs.i.j.y} \cdot mp_{p.f}) \varepsilon W_{outs.i.j} \wedge \ldots$

$atp_{p.q.f} \varepsilon mp_{p.f} \wedge \ldots$

$FO_{i.g.q.f}(atp_{p.q.f}) \notin SER_i)$

$\rightarrow (\bigvee(s_k \varepsilon VB(t_i)): (mp_{p.r} \varepsilon W_{ina.k.i} \vee \ldots$

$W_{ins.k.i} = M_r(s_k)))))$

e) Falls eine Systemuhr und eine Zeitschnittstelle definiert sind, gelten hinsichtlich der Zeittransition t_{23}="Zeitaktualisierung_wird_beendet" und bezüglich der Stelle s_{33}="Zeitaktualisierung_wird..._ausgeführt":

$$
\begin{aligned}
KB_5:\ & (\bigwedge(s_j \varepsilon S_R)\bigwedge(g\varepsilon\{1,\dots,G\}):\ \dots \\
& \quad ((K_{j.g}>0 \wedge at_{g.\varrho g}=\text{"Zeitattribute"}) \\
& \quad -> ((s_j,t_{23})\varepsilon F \wedge (t_{23},s_j)\varepsilon F \\
& \quad\quad \wedge W_{in}(s_j,t_{23})=(0,Min,M_r(s_j)) \\
& \quad\quad \wedge W_{out}(t_{23},s_j)=(K_{j.g}-\#(M_r(s_j)),Max,M_r(s_j)) \\
& \quad\quad \wedge (\bigwedge(m_n \varepsilon ma_g)\bigwedge(q\varepsilon\{2,\dots,Q_{n-1}\}):\ \dots \\
& \quad\quad\quad (ZEIT(at_{n.q})\varepsilon ata_{n.\varrho n}\ ->\ \dots \\
& \quad\quad\quad (\dot{\bigvee}(FO_{23.g.q.f}(ata_{n.q.f})\varepsilon SER_{23}):\ \dots \\
& \quad\quad\quad\quad (FO_{23.g.q.f}(ata_{n.q.f}):<=>\ \dots \\
& \quad\quad\quad\quad ata_{n.q.f}=ZAT_{g.q}(\dots)))))))) \\
& \wedge (\bigwedge(t_i \varepsilon T_R):\ (s_{33},t_i)\varepsilon F \wedge W_{in}(s_{33},t_i)=(0,Fix,0))
\end{aligned}
$$

Marken-Schaltmenge SSM_i einer Transition t_i:

$SSM_i \varepsilon (MM_r{}^* \cup MM_f{}^*)$

mit:

a) $SSM_i \neq \emptyset$

b) $SSM_i = \Sigma(s_j \varepsilon VB(t_i)):SSM_{j.i} + \Sigma(s_j \varepsilon NB(t_i)):SSM_{i.j}$

c) für Eingangskanten (s_j, t_i), die keine Absorberkanten sind:

$\bigwedge(s_j \varepsilon VB(t_i))$: ...

$W_{ins.j.i} = \Sigma(y\varepsilon\{0,..,Y_{ins.j.i}\}):W_{ins.j.i.y} \cdot mp_{p.r}$

$\to$ ($SSM_{j.i} = \Sigma(y\varepsilon\{0,..,Y_{ins.j.i}\}):SSM_{j.i.y}$

$\wedge SSM_{j.i.o}=()=0 \wedge (\bigwedge(y\varepsilon\{1,..,Y_{ins.j.i}\})$: ...

$SSM_{j.i.y} \varepsilon MM_r{}^*$

$\wedge((W_{ins.j.i.y} \cdot mp_{p.r})\varepsilon W_{ins.j.i}$

$\to W_{ins.j.i.y}=$ ...

$\#_3(m_{n.r}, BEL_{i.j}(m_{n.r}, mp_{p.r}), SSM_{j.i.y}))))$

d) für Eingangskanten (s_j, t_i), die Absorberkanten sind:

$\bigwedge(s_j \varepsilon VB(t_i))$: ...

$W_{ins.j.i}=(0,Min,M_r(s_j)) \to SSM_{j.i}=M_r(s_j)$

e) für Ausgangskanten (t_i, s_j), die keine Distributorkanten sind:

$\bigwedge(s_j \varepsilon NB(t_i))$: ...

$W_{outs.i.j} = \Sigma(y\varepsilon\{0,..,Y_{outs.i.j}\}):W_{outs.i.j.y} \cdot mp_{p.f}$

$\to$ ($SSM_{i.j} = \Sigma(y\varepsilon\{0,..,Y_{outs.i.j}\})$: $SSM_{i.j.y}$

$\wedge SSM_{i.j.o}=()=0 \wedge (\bigwedge(y\varepsilon\{1,..,Y_{outs.i.j}\})$: ...

$SSM_{i.j.y} \varepsilon MM_f{}^*$

$\wedge((W_{outs.i.j.y} \cdot mp_{p.f})\varepsilon W_{outs.i.j}$

$\to W_{outs.i.j.y}=$ ...

$\#_3(m_{n.f}, BEL_{i.j}(m_{n.f}, mp_{p.f}), SSM_{i.j.y}))))$

f) für Ausgangskanten (t_i, s_j), die Distributorkanten sind:

$\bigwedge(s_j \varepsilon NB(t_i))$: ...

$(W_{outs.i.j}=(K_{j.g}-\#(M_r(s_k)),Max,M_r(s_k)) \wedge s_k \varepsilon VB(t_i))$

$\to SSM_{i.j}=M_r(s_k)$

Transitionenbezogene Schaltregel SR_t:

$SR_t = (SV_t(t_i, \underline{M}_r, SSM_i); SW_t(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, \underline{M}_f))$

mit:

a) für die Schaltvoraussetzung SV_t:

$SV_t(t_i, \underline{M}_r, SSM_i) :\Leftrightarrow AKT(t_i, \underline{M}_r, SSM_i)$

und:

$AKT(t_i, \underline{M}_r, SSM_i) :\Leftrightarrow \ldots$

* in bezug auf alle Eingangsstellen der Transition t_i:

$((EL_i=(kon,kon) \vee EL_i=(kon,dis))$

$\rightarrow (\bigwedge(s_j \in VB(t_i)): SV_{t.i.in}(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, s_j)))$

$\wedge ((EL_i=(adj,adj) \vee EL_i=(adj,dis))$

$\rightarrow (\bigvee(s_j \in VB(t_i)): SV_{t.i.in}(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, s_j)))$

$\wedge ((EL_i=(dis,dis))$

$\rightarrow (\dot{\bigvee}(s_j \in VB(t_i)): SV_{t.i.in}(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, s_j)))$

mit:

$SV_{t.i.in}(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, s_j) :\Leftrightarrow s_j \in \in VB(t_i) \ldots$

$\wedge (\bigwedge(m_{n.r} \in MM_r): \#_2(m_{n.r}, M_r(s_j)) \geq \#_2(m_{n.r}, SSM_{j.i})$

$\wedge (AO_{in.j.i}=Min \rightarrow \ldots$

$(Y_{ina.j.i}=0 \rightarrow \#(M_r(s_j)) \geq 0$

$\wedge (Y_{ina.j.i} \in N_+ \rightarrow \ldots$

$(\#(M_r(s_j)) \geq \Sigma(y \in \{1,\ldots,Y_{ina.j.i}\}): W_{ina.j.i.y}$

$\wedge (\bigwedge(y \in \{1,\ldots,Y_{ina.j.i}\}): \ldots$

$((W_{ina.j.i.y} \cdot mp_{p.r}) \in W_{ina.j.i}$

$\rightarrow \#_3(m_{n.r}, BEL_{i.j}(m_{n.r}, mp_{p.r}), M_r(s_j)) \geq \ldots$

$W_{ina.j.i.y}))))$

$\wedge (AO_{in.j.i}=Fix \rightarrow \ldots$

$(Y_{ina.j.i}=0 \rightarrow \#(M_r(s_j))=0$

$\wedge (Y_{ina.j.i} \in N_+ \rightarrow \ldots$

$(\#(M_r(s_j)) = \Sigma(y \in \{1,\ldots,Y_{ina.j.i}\}): W_{ina.j.i.y}$

$\wedge (\bigwedge(y \in \{1,\ldots,Y_{ina.j.i}\}): \ldots$

$((W_{ina.j.i.y} \cdot mp_{p.r}) \in W_{ina.j.i}$

$\rightarrow \#_3(m_{n.r}, BEL_{i.j}(m_{n.r}, mp_{p.r}), M_r(s_j)) = \ldots$

$W_{ina.j.i.y}))))$

* in bezug auf die Schalteinschränkung SEI_i der Transition t_i:

$\bigwedge(FO_{i.g.q.r}(atp_{p.q.r}) \in SEI_i) \bigwedge(s_j \in VB(t_i))$

$\bigwedge(\underline{M}_r \in R(\underline{M}_0)) \bigwedge(m_{n.r} \in SSM_{j.i}): \ldots$

$(\quad BEL_{i.j}(m_{n.r}, mp_{p.r})$

$\wedge\ FO_{i.g.q.r}(atp_{p.q.r}) \in SEI_i :\Leftrightarrow atp_{p.q.r} \in TDAT_{g.q})$

$\rightarrow atp_{n.q.r} \in TDAT_{g.q}$

* in bezug auf alle Ausgangsstellen der Transition t_i:

$$((AL_i=(kon,kon) \vee AL_i=(kon,dis))$$

$$\rightarrow (\bigwedge(s_j \varepsilon NB(t_i)): SV_{t.i.out}(t_i,\underline{M}_r,SSM_i,s_j)))$$

$$\wedge ((AL_i=(adj,adj) \vee AL_i=(adj,dis))$$

$$\rightarrow (\bigvee(s_j \varepsilon NB(t_i)): SV_{t.i.out}(t_i,\underline{M}_r,SSM_i,s_j)))$$

$$\wedge ((AL_i=(dis,dis))$$

$$\rightarrow (\dot{\bigvee}(s_j \varepsilon NB(t_i)): SV_{t.i.out}(t_i,\underline{M}_r,SSM_i,s_j)))$$

mit:

$$SV_{t.i.out}(t_i,\underline{M}_r,SSM_i,s_j) :\Leftrightarrow s_j \varepsilon NB(t_i) \ \ldots$$

$$\wedge (\bigwedge(m_{n.r} \varepsilon MM_r)\bigwedge(m_{n.f} \varepsilon MM_f)\bigwedge(ma_g \varepsilon MA): \ldots$$

$$((AO_{out.i.j}=Max \wedge (s_j \notin VB(t_i) \dot{\vee} (s_j \varepsilon VB(t_i)$$

$$\wedge ELW_i \varepsilon \{adj,dis\} \wedge \neg SV_{t.i.in}(t_i,\underline{M}_r,SSM_i,s_j))))$$

$$\rightarrow (\#_2(m_{n.r},M_r(s_j))+\#_2(m_{n.f},SSM_{i.j}) \leq K_{j.g}$$

$$\wedge \#(M_r(s_j)) \leq W_{outa.i.j}))$$

$$\wedge ((AO_{out.i.j}=Max$$

$$\wedge s_j \varepsilon VB(t_i) \wedge SV_{t.i.in}(t_i,\underline{M}_r,SSM_i,s_j))$$

$$\rightarrow (\#_2(m_{n.r},M_r(s_j))+\#_2(m_{n.f},SSM_{i.j}) \leq \ldots$$

$$K_{j.g}+\#_2(m_{n.r},SSM_{j.i})$$

$$\wedge \#(M_r(s_j)) \leq W_{outa.i.j}+\#(SSM_{j.i}))$$

$$\wedge ((AO_{out.i.j}=Fix \wedge (s_j \notin VB(t_i) \dot{\vee} (s_j \varepsilon VB(t_i)$$

$$\wedge ELW_i \varepsilon \{adj,dis\} \wedge \neg SV_{t.i.in}(t_i,\underline{M}_r,SSM_i,s_j))))$$

$$\rightarrow (\#_2(m_{n.r},M_r(s_j))+\#_2(m_{n.f},SSM_{i.j}) \leq K_{j.g}$$

$$\wedge \#(M_r(s_j)) = W_{outa.i.j}))$$

$$\wedge ((AO_{out.i.j}=Fix$$

$$s_j \varepsilon VB(t_i) \wedge SV_{t.i.in}(t_i,\underline{M}_r,SSM_i,s_j))$$

$$\rightarrow (\#_2(m_{n.r},M_r(s_j))+\#_2(m_{n.f},SSM_{i.j}) \leq \ldots$$

$$K_{j.g}+\#_2(m_{n.r},SSM_{j.i})$$

$$\wedge \#(M_r(s_j)) = W_{outa.i.j})$$

b) für die Schaltwirkung SW_t:

$SW_t(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, \underline{M}_f) \; :\Leftrightarrow \; \ldots$

$(AKT(t_i, \underline{M}_r, SSM_i) \rightarrow \underline{M}_r[(t_i, SSM_i) > \underline{M}_f)$

mit:

$\underline{M}_r[(t_i, SSM_i) > \underline{M}_f \; :\Leftrightarrow \; \ldots$

$(\bigwedge(m_{n.r} \in MM_r) \bigwedge(m_{n.f} \in MM_f): \; \ldots$

ba) für die Markenanzahlen:

baa)

$$(((s_j \notin VB(t_i) \wedge s_j \notin NB(t_i))$$
$$\vee (s_j \in VB(t_i) \wedge (ELV_i, ELW_i) \neq (kon, kon)$$
$$\wedge ((ELV_i, ELW_i) \in \{(adj, adj), (dis, dis)\}$$
$$\rightarrow \neg SV_{t.i.in}(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, s_j))$$
$$\wedge ((ELV_i, ELW_i) = (kon, dis)$$
$$\rightarrow j > \min\{j(d) \mid s_{j(d)} \in RF_{in.i} \wedge \ldots$$
$$SV_{t.i.in}(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, s_{j(d)})\})$$
$$\wedge ((ELV_i, ELW_i) = (adj, dis)$$
$$\rightarrow (\neg SV_{t.i.in}(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, s_j)$$
$$\vee j > \min\{j(d) \mid s_{j(d)} \in RF_{in.i} \wedge \ldots$$
$$SV_{t.i.in}(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, s_{j(d)})\})))$$
$$\vee (s_j \in NB(t_i) \wedge (ALV_i, ALW_i) \neq (kon, kon)$$
$$\wedge ((ALV_i, ALW_i) \in \{(adj, adj), (dis, dis)\}$$
$$\rightarrow \neg SV_{t.i.out}(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, s_{j(d)}))$$
$$\wedge ((ALV_i, ALW_i) = (kon, dis)$$
$$\rightarrow j > \min\{j(d) \mid s_{j(d)} \in RF_{out.i} \wedge \ldots$$
$$SV_{t.i.out}(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, s_{j(d)})\})$$
$$\wedge ((ALV_i, ALW_i) = (adj, dis)$$
$$\rightarrow (\neg SV_{t.i.out}(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, s_{j(d)}))$$
$$\vee j > \min\{j(d) \mid s_{j(d)} \in RF_{out.i} \wedge \ldots$$
$$SV_{t.i.out}(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, s_{j(d)})\})))))$$
$$\rightarrow ((m_{n.f} \in M_f(s_j) \leftrightarrow m_{n.r} \in M_r(s_j))$$
$$\wedge (\#_2(m_{n.f}, M_f(s_j)) = \#_2(m_{n.r}, M_r(s_j))))))$$

$$
\begin{array}{l}
\text{bab)} \wedge (((s_j \varepsilon VB(t_i) \wedge s_j \notin NB(t_i) \\
\quad \wedge SV_{t.i.in}(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, s_j) \\
\quad\quad ((ELV_i, ELW_i) \varepsilon \{(kon,dis),(adj,dis)\} \\
\quad\quad -> j=\min\{j(d) \mid s_{j(d)} \varepsilon RF_{in.i} \wedge \ldots \\
\quad\quad\quad SV_{t.i.in}(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, s_{j(d)})\}))) \\
\dot{\vee}(s_j \varepsilon VB(t_i) \wedge s_j \varepsilon NB(t_i) \\
\quad \wedge SV_{t.i.in}(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, s_j) \\
\quad \wedge((ELV_i, ELW_i) \varepsilon \{(kon,dis),(adj,dis)\} \\
\quad\quad -> j=\min\{j(d) \mid s_{j(d)} \varepsilon RF_{in.i} \wedge \ldots \\
\quad\quad\quad SV_{t.i.in}(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, s_{j(d)})\}) \\
\quad \wedge(ALV_i, ALW_i) \neq (kon,kon) \\
\quad \wedge((ALV_i, ALW_i) \varepsilon \{(adj,adj),(dis,dis)\} \\
\quad\quad -> \neg SV_{t.i.out}(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, s_{j(d)})) \\
\quad \wedge((ALV_i, ALW_i) = (kon,dis) \\
\quad\quad -> j>\min\{j(d) \mid s_{j(d)} \varepsilon RF_{out.i} \wedge \ldots \\
\quad\quad\quad SV_{t.i.out}(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, s_{j(d)})\}))) \\
\quad \wedge((ALV_i, ALW_i) = (adj,dis) \\
\quad\quad -> (\neg SV_{t.i.out}(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, s_{j(d)})) \\
\quad\quad\quad \vee j>\min\{j(d) \mid s_{j(d)} \varepsilon RF_{out.i} \wedge \ldots \\
\quad\quad\quad\quad SV_{t.i.out}(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, s_{j(d)})\})))) \\
-> ((m_{n.f} \varepsilon M_f(s_j) <-> m_{n.r} \varepsilon (M_r(s_j) - SSM_{j.i})) \\
\quad \wedge(\#_2(m_{n.f}, M_f(s_j)) = \ldots \\
\quad\quad \#_2(m_{n.r}, M_r(s_j)) - \#_2(m_{n.r}, SSM_{j.i}))))
\end{array}
$$

bac) $\wedge(((s_j \notin VB(t_i) \wedge s_j \varepsilon NB(t_i)$

$\wedge SV_{t.i.out}(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, s_{j(d)})$

$\wedge((ALV_i, ALW_i)\varepsilon\{(kon,dis),(adj,dis)\}$

$\rightarrow j=\min\{j(d)\,|\,s_{j(d)}\varepsilon RF_{out.i}\wedge \ldots$

$SV_{t.i.out}(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, s_{j(d)})\})))$

$\dot{\vee}(s_j \varepsilon VB(t_i) \wedge s_j \varepsilon NB(t_i)$

$\wedge(ELV_i, ELW_i) \neq (kon,kon)$

$\wedge((ELV_i, ELW_i)\varepsilon\{(adj,adj),(dis,dis)\}$

$\rightarrow \neg SV_{t.i.in}(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, s_j))$

$\wedge((ELV_i, ELW_i)=(kon,dis)$

$\rightarrow j>\min\{j(d)\,|\,s_{j(d)}\varepsilon RF_{in.i}\wedge \ldots$

$SV_{t.i.in}(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, s_{j(d)})\})$

$\wedge((ELV_i, ELW_i)=(adj,dis)$

$\rightarrow (\neg SV_{t.i.in}(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, s_j)$

$\vee j>\min\{j(d)\,|\,s_{j(d)}\varepsilon RF_{in.i}\wedge \ldots$

$SV_{t.i.in}(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, s_{j(d)})\}))$

$\wedge SV_{t.i.out}(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, s_{j(d)})$

$\wedge((ALV_i, ALW_i)\varepsilon\{(kon,dis),(adj,dis)\}$

$\rightarrow j=\min\{j(d)\,|\,s_{j(d)}\varepsilon RF_{out.i}\wedge \ldots$

$SV_{t.i.out}(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, s_{j(d)})\})))$

$\rightarrow ((m_{n.f}\varepsilon M_f(s_j) \leftrightarrow m_{n.r}\varepsilon(M_r(s_j)+SSM_{i.j}))$

$\wedge(\#_2(m_{n.f}, M_f(s_j)) = \ldots$

$\#_2(m_{n.r}, M_r(s_j))+\#_2(m_{n.f}, SSM_{i.j}))))$

bad) $\wedge((s_j \varepsilon VB(t_i) \wedge s_j \varepsilon NB(t_i)$

$\wedge SV_{t.i.in}(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, s_j)$

$\wedge((ELV_i, ELW_i)\varepsilon\{(kon,dis),(adj,dis)\}$

$\rightarrow j=\min\{j(d)\,|\,s_{j(d)}\varepsilon RF_{in.i}\wedge \ldots$

$SV_{t.i.in}(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, s_{j(d)})\})$

$\wedge SV_{t.i.out}(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, s_{j(d)})$

$\wedge((ALV_i, ALW_i)\varepsilon\{(kon,dis),(adj,dis)\}$

$\rightarrow j=\min\{j(d)\,|\,s_{j(d)}\varepsilon RF_{out.i}\wedge \ldots$

$SV_{t.i.out}(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, s_{j(d)})\}))$

$\rightarrow ((m_{n.f}\varepsilon M_f(s_j) \leftrightarrow \ldots$

$m_{n.r}\varepsilon(M_r(s_j)-SSM_{j.i}+SSM_{i.j}))$

$\wedge(\#_2(m_{n.f}, M_f(s_j)) = \#_2(m_{n.r}, M_r(s_j)) - \ldots$

$\#_2(m_{n.r}, SSM_{j.i})+\#_2(m_{n.f}, SSM_{i.j}))))$

ba) für die Markenattribute:

$$\wedge \ (\bigwedge(s_j \varepsilon NB(t_i)) \bigwedge(g \varepsilon \{1,\ldots,G\}) \bigwedge(q \varepsilon \{1,\ldots,Q_g\})$$
$$\bigwedge(n \varepsilon \{1,\ldots,N\}) \bigwedge(p \varepsilon \{1,\ldots,P\}): \ \ldots$$
$$(W_{outs.i.j} = \ \ldots$$
$$\Sigma(y \varepsilon \{0,\ldots,Y_{outs.i.j}\}): \ W_{outs.i.j.y} \cdot mp_{p.f}$$
$$-> \ (\bigwedge(y \varepsilon \{1,\ldots,Y_{outs.i.j}\}) \bigwedge(m_{n.f} \varepsilon SSM_{i.j.y}):$$
$$(((W_{outs.i.j.y} \cdot mp_{p.f}) \varepsilon W_{outs.i.j}$$
$$\wedge BEL_{i.j}(m_{n.f}, mp_{p.f})$$
$$\wedge \ (\bigvee(FO_{i.g.q.f}(atp_{p.q.f}) \varepsilon SER_i): \ \ldots$$
$$FO_{i.g.q.f}(atp_{p.q.f}) :<=> \ \ldots$$
$$atp_{p.q.f} = ABB_{i.g.q}(\ldots.)))$$
$$-> \ atp_{n.q.f} = ABB_{i.g.q}(\ldots.))$$
$$\wedge(((W_{outs.i.j.y} \cdot mp_{p.f}) \varepsilon W_{outs.i.j}$$
$$\wedge BEL_{i.j}(m_{n.f}, mp_{p.f})$$
$$\wedge FO_{i.g.q.f}(atp_{p.q.f}) \notin SER_i)$$
$$-> \ (\bigvee(s_k \varepsilon VB(t_i)): \ \ldots$$
$$((mp_{p.r} \varepsilon W_{ina.k.i} \wedge BEL_{i.j}(m_{n.r}, mp_{p.r}))$$
$$\vee(W_{ins.k.i} = M_r(s_k) \wedge m_{n.r} \varepsilon M_r(s_k)))$$
$$\wedge atp_{p.q.f} = atp_{p.q.r} \ ))$$
$$\wedge((W_{outs.i.j} = M_r(s_k) \wedge \ldots$$
$$(\dot{\bigvee}(s_k \varepsilon VB(t_i): \ W_{ins.k.i} = M_r(s_k)))$$
$$-> \ (\bigwedge(m_{n.f} \varepsilon SSM_{i.j}): \ \ldots$$
$$((\bigvee(FO_{i.g.q.f}(atp_{p.q.f}) \varepsilon SER_i): \ \ldots$$
$$FO_{i.g.q.f}(atp_{p.q.f}) :<=> \ \ldots$$
$$atp_{p.q.f} = ABB_{i.g.q}(\ldots.)))$$
$$-> \ atp_{n.q.f} = ABB_{i.g.q}(\ldots.))$$
$$\wedge(\ FO_{i.g.q.f}(atp_{p.q.f}) \notin SER_i$$
$$-> \ (\bigvee(m_{n.r} \varepsilon M_r(s_k)): \ \ldots$$
$$atp_{p.q.f} = atp_{p.q.r} \ ))))$$
$$\wedge(\bigwedge(s_j \varepsilon NB(t_i)) \bigwedge(m_{n.f} \varepsilon (M_f(s_j) - SSM_{i.j})) \ \ldots$$
$$(q \varepsilon \{1,\ldots,Q_n\}): \ atp_{n.q.f} = atp_{n.q.r})$$
$$\wedge(\bigwedge(s_j \varepsilon VB(t_i)) \bigwedge(m_{n.r} \varepsilon (M_r(s_j) - SSM_{j.i})) \ \ldots$$
$$(q \varepsilon \{1,\ldots,Q_n\}): \ atp_{n.q.f} = atp_{n.q.r})$$

c) für die Schaltwirkungsfunktion SWF_t:

$$SWF_t : T \times (MM_r{}^*)^J \times (MM_r{}^* \cup MM_f{}^*) \rightarrow (MM_f{}^*)^J$$

$$(t_i, \underline{M}_r, SSM_i) \rightarrow SWF_t(t_i, \underline{M}_r, SSM_i) = \underline{M}_f$$

mit:

$$SWF_t(t_i, \underline{M}_r, SSM_i) = \underline{M}_f \;:\Leftrightarrow\; \underline{M}_r\,[(t_i, SSM_i > \underline{M}_f$$

Auflösen von Schaltkonflikten zwischen konfliktonär aktivierten Transitionen durch transitionenbezogene Prioritätsordnungen PO_u:

a) für MPOT=$\emptyset$ gilt:

$$AKT(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, MPOT) \;:\Leftrightarrow\; AKT(t_i, \underline{M}_r, SSM_i)$$

b) für MPOT$\neq\emptyset$ gilt:

$$AKT(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, MPOT) \;:\Leftrightarrow\; \ldots$$

$$AKT(t_i, \underline{M}_r, SSM_i)$$

$$\wedge\,(\bigwedge(POT_u \in MPOT):\ \neg DEAK(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, POT_u))$$

mit:

* $DEAK(t_i, \underline{M}_r, SSM_i, POT_u)$

$$:\Leftrightarrow\ (\bigvee(t_h \in (T-\{t_i\}):\ (KON(t_h, t_i, \underline{M}_r)$$

$$\wedge\,(\bigvee(POT_u \in MPOT):\ POT_u = (GPOT_u, RF_u)$$

$$\wedge\,(\dot{\bigvee}(TGPOT_{u.d} \in RF_u)\,\dot{\bigvee}(TGPOT_{u.d'} \in (RF_u - TGPOT_{u.d})):$$

$$t_h \in TGPOT_{u.d} \wedge t_i \in TGPOT_{u.d'} \wedge d < d'))))$$

$$\Leftrightarrow \bigvee(t_h \in (T-\{t_i\}):\ KON(t_h, t_i, \underline{M}_r) \wedge (t_h \gg_u t_i)$$

* $KON(t_h, t_i, \underline{M}_r)$

$$:\Leftrightarrow\ AKT(t_h, \underline{M}_r, SSM_h) \wedge AKT(t_i, \underline{M}_r, SSM_i)$$

$$\wedge\,((\bigvee(s_j \in (VB(t_h) \cap VB(t_i)))\bigvee(m_{n.r} \in MM_r):\ \ldots$$

$$\#_2(m_{n.r}, M_r(s_j)) < \ldots$$

$$\#_2(m_{n.r}, SSM_{j.h})) + \#_2(m_{n.r}, SSM_{j.i}))$$

$$\vee\,(\bigvee(s_j \in (NB(t_h) \cap NB(t_i)))\bigvee(m_{n.f} \in MM_f)\ \ldots$$

$$\bigvee(ma_g \in MA):\ K_{j.g} > 0 \wedge \ldots$$

$$K_{j.g} < \#_3(m_{n.r}, m_n \in ma_g, M_r(s_j))\ \ldots$$

$$+ \#_3(m_{n.f}, m_n \in ma_g, SSM_{h.j})\ \ldots$$

$$+ \#_3(m_{n.f}, m_n \in ma_g, SSM_{i.j})\ \ldots$$

$$- \Sigma(t_a \in (\{t_h, t_i\} \cap NB(s_j))):\ \ldots$$

$$\#_3(m_{n.r}, m_n \in ma_g, SSM_{j.a})))$$

Schaltschritt SS_c:

$SS_c \varepsilon (pot_+(T) x (MM_r^* \cup MM_f^*))$

mit:

a) $SS_c = (SST_c, SSM_c)$ mit $SSM_c \neq \emptyset$ und $SST_c \neq \emptyset$

b) $I_c = \#(SST_c) = \#(SSM_c)$

c) Transitionen-Schaltmenge SST_c:

$SST_c = \{t_{i(w)} \mid w \varepsilon \{1, \ldots, I_c\}\}$

d) Marken-Schaltmenge SSM_c:

- als formale Summe:

  $SSM_c = \Sigma(t_i \varepsilon SST_c): SSM_i$

- als Menge aus Multimengen:

  $SSM_c = \{SSM_{i(w)} \mid w \varepsilon \{1, \ldots, I_c\}\}$

Schaltschrittbezogene Schaltregel SR_s:

$SR_s = (SV_s(SS_c, \underline{M}_r), SW_s(SS_c, \underline{M}_r, \underline{M}_f))$

mit:

a) für die Schaltvoraussetzung SV_s:

$SV_s(SS_c, \underline{M}_r) \;:\Leftrightarrow\; AKT(SS_c, \underline{M}_r)$

und: $AKT(SS_c, \underline{M}_r) \;:\Leftrightarrow\; \ldots$

$(\bigwedge(t_{i(w)} \varepsilon SST_c): AKT(t_{i(w)}, \underline{M}_r, SSM_{i(w)}, MPOT)$

$\wedge(\bigwedge(s_j \varepsilon VB(t_{i(w)})) \bigwedge(m_{n.r} \varepsilon MM_r): \ldots$

$\#_2(m_{n.r}, M_r(s_j)) \geq \ldots$

$\Sigma(t_b \varepsilon (SST_c \cap NB(s_j))): \#_2(m_{n.r}, SSM_{j.b}))$

$\wedge(\bigwedge(s_j \varepsilon NB(t_i)) \bigwedge(m_{n.r} \varepsilon MM_r) \bigwedge(m_{n.f} \varepsilon MM_f) \bigwedge(ma_g \varepsilon MA):$

$\#_3(m_{n.r}, m_n \varepsilon ma_g, M_r(s_j)) \ldots$

$+ \Sigma(t_a \varepsilon (SST_c \quad VB(s_j))): \#_3(m_{n.f}, m_n \varepsilon ma_g, SSM_{a.j})$

$\leq K_{j.g} \ldots$

$+ \Sigma(t_b \varepsilon (SST_c \cap NB(s_j))): \#_3(m_{n.r}, m_n \varepsilon ma_g, SSM_{j.b}))$

b) für die Schaltwirkung SW_s:

$SW_s(SS_c, \underline{M}_r, \underline{M}_f) \;:\Leftrightarrow\; (SV_c(SS_c, \underline{M}_r) \rightarrow \underline{M}_r[SS_c > \underline{M}_f)$

mit:

$$
\begin{aligned}
& \underline{M}_r[SS_c > \underline{M}_f \\
:\Leftrightarrow\; & \underline{M}_{r(0)} = \underline{M}_r \\
& \wedge(\bigwedge(w \varepsilon \{1, \ldots, I_c\}): \ldots \\
& \quad \underline{M}_{r(w)} = SWF_t(t_{i(w)}, \underline{M}_{r(w-1)}, SSM_{i(w)})) \\
& \wedge\ \underline{M}_f = \underline{M}_{r(Ic)}
\end{aligned}
$$

c) für die Schaltwirkungsfunktion SWF_s:

$$
\begin{aligned}
SWF_s: \; & (pot_+(T) x (MM_r^* \cup MM_f^*)) x (MM_r^*)^J && \rightarrow (MM_f^*)^J \\
& (SS_c, \underline{M}_r) && \rightarrow SWF_s(SS_c, \underline{M}_r) = \underline{M}_f
\end{aligned}
$$

mit:

$SWF_s(SS_c, \underline{M}_r) = \underline{M}_f \;:\Leftrightarrow\; \underline{M}_r[SS_c > \underline{M}_f$

Schaltfolge SF_o aus Schaltschritten mit der Folgenlänge L und $L \varepsilon N_0$:

$SF_o \; \varepsilon \; ((pot_+(T) \, x \, (MM_r{}^* \cup MM_f{}^*))^*$

mit:

a) für L=0: Nullschaltfoge $SF_o = () = \emptyset$

b) für $L \varepsilon N_+$:

$SF_o = (SS_{c(1)}, \ldots, SS_{c(L)})$

$\bigwedge (l \varepsilon \{1, \ldots, L\}): \; SS_{c(l)} = (SST_{c(l)}, SSM_{c(l)})$

Schaltfolgenbezogene Schaltregel SR_{FS} mit Schaltfolgen aus Schaltschritten:

$SR_{FS} = (SV_{FS}(SF_o, \underline{M}_r), SW_{FS}(SF_o, \underline{M}_r, \underline{M}_f))$

mit:

a) für die Schaltvoraussetzung SV_{FS}:

$SV_{FS}(SF_o, \underline{M}_r) \; :\Longleftrightarrow \; AKT(SF_o, \underline{M}_r)$

und:

- Die Nullschaltfolge $SF_o = \emptyset$ mit L=0 ist immer aktiviert:

  $AKT(SF_o, \underline{M}_r) \; :\Longleftrightarrow \; \top$

- Für die Aktivierung von nicht-leeren Schaltfolgen $SF_o \neq \emptyset$ mit $L \varepsilon N_+$ gilt:

  $AKT(SF_o, \underline{M}_r) \; :\Longleftrightarrow \; \ldots$

  $(AKT(SS_{c(1)}, \underline{M}_r) \wedge \underline{M}_{r(0)} = \underline{M}_r \wedge \ldots$

  $(L \geq 2 \; \rightarrow \; (\bigwedge (l \varepsilon \{1, \ldots, L-1\}): \; \ldots$

  $(\underline{M}_{r(l-1)} [SS_{c(l)} > \underline{M}_{r(l)} \; \rightarrow \; AKT(SS_{c(l+1)}, \underline{M}_{r(l)})))))$

b) für die Schaltwirkung SW_{FS}:

$SW_{FS}(\underline{M}_r, SF_o, \underline{M}_f) \; :\Longleftrightarrow \; (SV_{FS}(SF_o, \underline{M}_r) \; \rightarrow \; \underline{M}_r [SF_o > \underline{M}_f)$

und:

$\underline{M}_r [SF_o > \underline{M}_f \; :\Longleftrightarrow \; \ldots$

- für Nullschaltfolgen $SF_o = \emptyset$ mit L=0:

  $\underline{M}_f = \underline{M}_r$

- für nicht-leere Schaltfolgen $SF_o \neq \emptyset$ mit $L \varepsilon N_+$:

  $\underline{M}_{r(0)} = \underline{M}_r$

  $\wedge \; (\bigwedge (l \varepsilon \{1, \ldots, L\}): \; \underline{M}_{r(l-1)} [SS_{c(l)} > \underline{M}_{r(l)})$

  $\wedge \; \underline{M}_f = \underline{M}_{r(L)}$

Erreichbarkeitsmengen R:

R($\underline{M}_r$) ist die Menge aller zulässigen Folgemarkierungen $\underline{M}_f$, die von der zulässigen Referenzmarkierung $\underline{M}_r$ durch Ausführen mindestens einer Schaltfolge SF_o erreicht werden können:

$$R(\underline{M}_r) = \{\underline{M}_f \mid \underline{M}_f \,\varepsilon\, MM_f{}^* \wedge (\bigvee (SF_o \,\varepsilon\, ((pot_+(T) \times (MM_a{}^* \cup MM_b{}^*))^*)) : \ldots$$
$$AKT(SF_o, \underline{M}_r) \wedge \underline{M}_r\,[SF_o > \underline{M}_f)\}$$

R($\underline{M}_0$) mit dem Bezug auf die Ausgangsmarkierung $\underline{M}_0$ ist die Menge aller zulässigen (erreichbaren) Markierungen $\underline{M}_r$ eines Netzes

Erreichbarkeitsrelation ER:

ER($\underline{M}_0$) ist die Menge aller 3-Tupel aus erreichbaren Markierungen $\underline{M}_r$, unter diesen aktivierten Schaltschritten SS_c und von jenen hervorgebrachten Folgemarkierungen $\underline{M}_f$:

$$ER(\underline{M}_0) \subseteq ((MM_r{}^*)^J \times pot_+(T) \times (MM_f{}^*)^J)$$

$$ER(\underline{M}_0) = \{(\underline{M}_r, SS_c, \underline{M}_f) \mid \underline{M}_r \,\varepsilon\, R(\underline{M}_0) \wedge AKT(SS_c, \underline{M}_r) \wedge \underline{M}_r\,[SS_c > \underline{M}_f\}$$

Markierungsfolge MF_o der Länge L+1 bezüglich einer Schaltfolge SF_o mit $L \varepsilon N_0$:

$$MF_o = \begin{cases} (\underline{M}_r) & ;\text{ falls } L=0,\text{ d.h. } SF_o = \emptyset \\ (\underline{M}_r, \underline{M}_f); & \text{falls } L=1,\text{ d.h. } \ldots \\ & SF_o = (SS_{c(1)}) \wedge \underline{M}_r\,[SS_{c(1)} > \underline{M}_f \\ & \wedge\, \underline{M}_r = \underline{M}_{r(0)} \wedge \underline{M}_f = \underline{M}_{r(L)} = \underline{M}_{r(1)} \\ (\underline{M}_{r(0)}, \ldots, \underline{M}_{r(L)}); & \text{falls } L \geq 2,\text{ d.h. } \ldots \\ & SF_o = (SS_{c(1)}, \ldots, SS_{c(L)}) \wedge \ldots \\ & \underline{M}_r = \underline{M}_{r(0)} \wedge \underline{M}_f = \underline{M}_{r(L)} \wedge \underline{M}_r\,[SF_o > \underline{M}_f \end{cases}$$

Prozeß PRO_o aus 2L+1 alternierend ineinander verschränkten Elementen einer Schaltfolge SF_o der Länge L mit $L \varepsilon N_0$ und aus der zugehörigen Markierungsfolge MF_o der Länge L+1:

$$PRO_o = \begin{cases} (\underline{M}_r);\ \text{falls } L=0,\text{ d.h. } SF_o = \emptyset \wedge MF_o = (\underline{M}_r) \\ (\underline{M}_r, SS_{c(1)}, \underline{M}_f);\ \text{falls } L=1,\text{ d.h. } \ldots \\ \qquad SF_o = (SS_{c(1)}) \wedge MF_o = (\underline{M}_r, \underline{M}_f) \\ (\underline{M}_{r(0)}, SS_{c(1)}, \underline{M}_{r(1)}, \ldots, SS_{c(L)}, \underline{M}_{r(L)}); \\ \qquad \text{falls } L \geq 2,\text{ d.h. } \ldots \\ \qquad SF_o = (SS_{c(1)}, \ldots, SS_{c(L)}) \wedge \ldots \\ \qquad MF_o = (\underline{M}_{r(0)}, \underline{M}_{r(1)}, \ldots, \underline{M}_{r(L)}) \end{cases}$$

Erreichbarkeitsgraph RG:

$RG(\underline{M}_0, EM, MPOT, SR_S) = (KN_{RG}, KA_{RG}) = (R(\underline{M}_0), ER(\underline{M}_0))$

mit:

a) $KN_{RG} = R(\underline{M}_0)$ als Knotenmenge

b) $KA_{RG} = ER(\underline{M}_0)$ als Kantenmenge

Ablaufstruktur AS:

$AS \varepsilon \{MVAB, \emptyset\}$

mit:

a) $NB(\underline{M}_r)$ ist der Nachbereich des Knotens $\underline{M}_r$ im Erreichbarkeitsgraphen $R(\underline{M}_0)$:

$$NB(\underline{M}_r) = \{\underline{M}_f \mid \underline{M}_f \varepsilon R(\underline{M}_r) \wedge \ldots$$
$$(\bigvee (SS_c \varepsilon (pot_+(T) x (MM_r{}^* \cup MM_f{}^*)): \underline{M}_r [SS_c > \underline{M}_f)\}$$

b) VAB_r ist eine ablaufstrukturbezogene Verteilungsfunktion:

$$VAB_r: (MM_r{}^*)^J x (pot_+(T) x (MM_r{}^* \cup MM_f{}^*)) x (MM_f{}^*)^J \rightarrow Re_0$$
$$(\underline{M}_r, SS_c, \underline{M}_f) \rightarrow VAB_r(\underline{M}_r, SS_c, \underline{M}_f) = w_{r.c}; \ \ldots.$$
$$\text{sofern } \underline{M}_f \varepsilon NB(\underline{M}_r)$$

mit:

- $\bigwedge (\underline{M}_r \varepsilon R(\underline{M}_0)): (NB(\underline{M}_r) \neq \emptyset \rightarrow \ldots$
  $(\Sigma(\underline{M}_f \varepsilon NB(\underline{M}_r)): w_{r.c} = 1$
  $\wedge (\bigwedge (\underline{M}_f \varepsilon NB(\underline{M}_r)): 0 \leq w_{r.c} \leq 1))$
- $w_{r.c}$ ist die Schaltwahrscheinlichkeit des Schaltschritts SS_c für den Übergang von der Markierung $\underline{M}_r$ zur Folgemarkierung $\underline{M}_f = \underline{M}_{r.c}$

c) MVAB ist eine Menge von Verteilungsfunktionen:

$$MVAB = \{VAB_r \mid \underline{M}_r \varepsilon R(\underline{M}_0) \wedge NB(\underline{M}_r) \neq \emptyset\}$$